

Übungen zur Vorlesung Darstellungstheorie von Algebren

zur Diskussion:

Sei A eine Algebra und B eine Teilalgebra mit $1_A = 1_B$. Sei p ein surjektiver Algebrenhomomorphismus $p : A \rightarrow B$, so daß gilt $p|_B = id_B$. Ist A dann immer die direkte Summe von B und einer weiteren Algebra?

zu bearbeiten:

- (1) Sei $A = k\vec{Q}$ mit $\vec{Q}$ vom Typ $A_n : \vec{Q} = \overset{1}{\cdot} \rightarrow \overset{2}{\cdot} \rightarrow \dots \rightarrow \overset{n-1}{\cdot} \rightarrow \overset{n}{\cdot}$ und M_{ab} die Darstellung

$$0 \longrightarrow \dots \longrightarrow 0 \longrightarrow k \xrightarrow{1} \dots \xrightarrow{1} k \longrightarrow 0 \longrightarrow \dots \longrightarrow 0$$

$\uparrow$
Vertex a

$\uparrow$
Vertex b

für $1 \leq a \leq b \leq n$. Berechnen Sie $S_n^+ M_{ab}$ und $S_1^- M_{ab}$ für alle a, b .

- (2) Sei

$$\vec{Q} = \begin{array}{c} \cdot \\ \downarrow \\ \cdot \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} \cdot \\ \downarrow \\ \cdot \end{array} \longleftarrow \begin{array}{c} \cdot \\ \downarrow \\ \cdot \end{array}$$

Wählen Sie eine zulässige Anordnung von Q_0 und berechnen Sie alle zugehörigen Spiegelungen der folgenden Darstellungen:

$$\begin{array}{c} 0 \\ \downarrow \\ 0 \longrightarrow k \longleftarrow 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 0 \\ \downarrow \\ k \longrightarrow k \longleftarrow 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} k \\ \downarrow 1 \\ k \xrightarrow{1} k \xleftarrow{1} k \end{array}$$

$$\begin{array}{c} k \\ \downarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ k \xrightarrow{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}} k^2 \xleftarrow{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}} k \end{array}$$

Bitte wenden!

(3) Sei

$$A = \begin{pmatrix} k & \cdots & k \\ 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & k \end{pmatrix}$$

die Algebra der oberen Dreiecksmatrizen, und

$$I = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & k \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass I ein zweiseitiges Ideal ist. Sei $B = A/I$ die Quotientenalgebra. Schreiben Sie A als Wegealgebra $k\vec{Q}^{\text{op}}$ und geben Sie eine Bedingung an die Darstellungen des Köchers $\vec{Q}$ an, welche die B -Moduln unter den A -Moduln charakterisiert.

schriftliche Aufgaben:

- (1) (5 Punkte) Bestimmen sie die quadratische Form und die symmetrische Bilinearform der Dynkindiagramme E_6 , E_7 und E_8 .
- (2) (5 Punkte) Sei $Q = \cdot \rightarrow \cdot \rightrightarrows \cdot \leftarrow \cdot$ und $A = kQ^{\text{op}}$ die entgegengesetzte Wegealgebra. Bestimmen Sie die unzerlegbaren projektiven A -Moduln und alle Homomorphismen zwischen diesen.

Abgabe der schriftlichen Aufgaben ist in der Vorlesung am Dienstag, den 11.01.2011 oder am Mittwoch, den 12.01.2011.

Die zehnte Übung findet am Mittwoch, den 12.01.2011, 8-9:30 Uhr im Seminarraum 7.527 des Instituts für Algebra und Zahlentheorie statt.

*Alle Aufgabenblätter und ein Glossar finden Sie auf der Webseite
<http://www.iaz.uni-stuttgart.de/LstAGeoAlg/Koenig/WS1011.t>*