Steffen Koenig
Qunhua Liu

Dienstag, 19.10.2010
Aufgabenblatt 1

Übungen zur Vorlesung Darstellungstheorie von Algebren

zur Diskussion: Sei G die Gruppe mit einem Element, und K ein Körper.

(1) Wie viele Darstellungen über K hat G?
(2) Wie viele davon sind unzerlegbar?
(3) Sei V ein Vektorraum über K. Geben Sie alle Darstellungen von G auf V an.
(4) Für einen anderen Vektorraum $U \not\cong V$, kann eine Darstellung auf U zu einer auf V isomorph sein?

zu bearbeiten:

(1) Sei $\rho : G \to \mathrm{Aut}(V)$ eine Darstellung einer Gruppe G auf einem Vektorraum V.
(a) Ist $\rho(G) = \{\rho(g) : g \in G\}$ eine Gruppe?
(b) Sei ρ injektiv. Gilt dann $\dim_K V \geq |G|$?

(2) Sei Δ ein gleichseitiges Dreieck und G seine Symmetriegruppe. Die Kanten von Δ heissen a, b und c, die Ecken A, B und C. Sei k ein Köper, U ein $k-$Vektorraum mit Basis $\{a, b, c\}$ und V ein $k-$Vektorraum mit Basis $\{A, B, C\}$. Geben Sie die beiden Darstellungen von G in $GL(U)$ und $GL(V)$ an, die durch die Operation der Gruppenelemente auf den Basiselementen von U und V gegeben sind. Entscheiden Sie, ob die beiden Darstellungen äquivalent sind.

(3) Geben Sie alle unzerlegbaren Darstellungen (über einem Körper k) des Köchers $Q = \cdot \to \cdot$ an.

(4) Geben Sie drei paarweise nichtisomorphe und von 0 verschiedene Darstellungen des Köchers $Q = \cdot \to \cdot \to \cdot$ an.

Die erste Übung findet am Mitwoch, den 27.10.2010, 8-9:30 Uhr im Seminarraum 7.527 des Instituts für Algebra und Zahlentheorie statt.