

**Übungen zur Vorlesung Darstellungstheorie und homologische Algebra 2**

- (1) Sei  $Q$  der linear orientierte Köcher  $A_4$  und  $k$  ein Körper. Bestimmen Sie  $\text{Ext}_{kQ}^1(I, P)$  für  $I$  unzerlegbar injektiv und  $P$  unzerlegbar projektiv. Geben Sie jeweils exakte Sequenzen an, die eine Basis repräsentieren.
- (2) Sei  $V_4$  die Kleinsche Vierergruppe, das heißt das Produkt von zwei zyklischen Gruppen der Ordnung zwei, mit zwei kommutierenden Erzeugern  $g$  und  $h$  der Ordnung 2. Sei  $k$  ein Körper der Charakteristik zwei.
  - (a) Zeigen Sie, dass  $kV_4$  als  $k$ -Algebra isomorph ist zu einer kommutativen Algebra  $A$  mit Erzeugern  $x$  und  $y$  und Relationen  $x^2 = y^2 = 0$ . Zeigen Sie, dass die Algebra  $A$  symmetrisch und damit auch selbst-injektiv ist
  - (b) Sei  $B$  der Quotient von  $A$  modulo dem von  $xy$  erzeugten Ideal. Zeigen Sie, dass jeder unzerlegbare nichtprojektive  $A$ -Modul ein  $B$ -Modul ist.
  - (c) Sei  $kQ$  die Kronecker algebra. Machen Sie aus einer  $kQ$ -Darstellung einen  $B$ -Modul und umgekehrt, so dass es beinahe eine Bijektion zwischen unzerlegbaren  $kQ$ -Darstellungen und unzerlegbaren  $B$ -Moduln gibt.
  - (d) Geben Sie eine Klassifikation der unzerlegbaren  $kV_4$ -Moduln an.
- (3) Sei  $k$  ein Körper und  $V$  ein endlich-dimensionaler  $k$ -Vektorraum. Eine lineare Relation auf  $V$  ist, nach Definition, ein Unterraum  $W$  von  $V \times V$ . Vergleichen Sie lineare Relationen auf endlich-dimensionalen Vektorräumen mit Darstellungen der Kronecker algebra. Klassifizieren Sie lineare Relationen.

Die Übungen finden am Freitag statt, im Seminarraum V57.7.527, von 9:45 bis 11:15.

Webseite zur Vorlesung:

<http://www.iaz.uni-stuttgart.de/LstAGeoAlg/Koenig/DThHomAlg2/DarstThHomAlg2.t>