Übungen zur Vorlesung Darstellungstheorie und homologische Algebra 2

(1) Sei A eine Algebra und M ein A-Modul. Was bedeutet $Hom_A(DA, \tau M) = 0$ für die projektive Dimension von M?
Geben Sie eine entsprechende Charakterisierung auch für die injektive Dimension von M an.

(2) Sei A eine Algebra endlicher globaler Dimension. Dann definiert die inverse Cartanmatrix C_A^{-1} eine (nichtsymmetrische) Bilinearform $(x, y)_A := x^t (C_A^{-1})^t y$ und damit auch eine quadratische Form q_A.
  (a) Berechnen Sie diese Formen für einige Beispiele von Algebren.
  (b) Setzen Sie nun für x und y Dimensionsvektoren von Moduln X und Y ein und geben Sie homologische Interpretationen des Ergebnisses an, zum Beispiel $q_A(x) = \sum \pm dim_k Ext^j(X, X)$.
  (c) Sei Q ein Köcher und $A = kQ$ endlich-dimensional. Bestimmen Sie die quadratische Form q_A direkt aus Q und zeigen Sie damit auch, dass in diesem Fall q_A unabhängig von k ist.

(3) Sei A eine Algebra endlicher globaler Dimension. Zeigen Sie, dass $gldim(A) = n$ für $n \in \mathbb{N}_0$ genau dann gilt, wenn $Ext_A^j(I, P) = 0$ für alle $j > n$ und für alle injektiven A-Moduln I und alle projektiven A-Moduln P gilt, aber nicht für $j = n$.

Die Übungen finden am Freitag statt, im Seminarraum V57.7.527, von 9:45 bis 11:15.

Webseite zur Vorlesung:
`http://www.iaz.uni-stuttgart.de/LstAGeoAlg/Koenig/DThHomAlg2/DarstThHomAlg2.t`