
Blatt 7

Diskussionsaufgaben sind mit * markiert.

Aufgabe 38 (schriftlich)

Gegeben ist die komplexe Matrix $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ -7 & -2 & 9 \\ -2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie eine Jordan-

Normalform J von A und eine invertierbare Matrix P , so dass $P^{-1}AP = J$. Geben Sie eine Basis von \mathbb{R}^3 an, so dass A in Jordan-Normalform bezüglich dieser Basis ist.

Aufgabe 39

Bestimmen Sie bis auf Ähnlichkeit alle komplexen $n \times n$ -Matrizen mit

- a) $n = 5$ und Minimalpolynom t^4 .
- b) $n = 6$ und Minimalpolynom $(t - 5)^2(t - 6)^2$.

Aufgabe 40

Zeigen Sie:

- a) Zwei komplexe 2×2 -Matrizen sind genau dann ähnlich, wenn ihre Minimalpolynome gleich sind.
- b) Zwei komplexe 3×3 -Matrizen sind genau dann ähnlich, wenn ihre Minimalpolynome und ihre charakteristischen Polynome gleich sind.
- c) Die Aussage aus b) ist für 4×4 -Matrizen falsch.

Aufgabe 41

Sei A die komplexe Matrix $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & -6 \\ 0 & 2 & 6 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie A^n für $n \geq 1$.

Aufgabe 42

Sei A die komplexe Matrix $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 3 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie das charakteristische Polynom, das Minimalpolynom und eine Jordan-Normalform von A .

Aufgabe 43

Zeigen Sie, dass jede komplexe Matrix zu ihrer transponierten Matrix ähnlich ist.

Aufgabe 44*

Seien $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r \in \mathbb{C}$ und $k_1, k_2, \dots, k_r \in \mathbb{N}$. Wieviele komplexe $n \times n$ -Matrizen mit dem charakteristischen Polynom $(x - \lambda_1)^{k_1} (x - \lambda_2)^{k_2} \dots (x - \lambda_r)^{k_r}$ gibt es bis auf Ähnlichkeit?