Steffen König
Wassilij Gnedin
René Marczinzik

Lineare Algebra und analytische Geometrie 2

SS 2016

Blatt 10

Diskussionsaufgaben sind mit * markiert. ^{T} bezeichnet stets transponieren.

Aufgabe 56 (schriftlich)

Gegeben ist der affine Raum $A = \mathbb{R}^3$.

a) Zeigen Sie, dass $B = ((-4,6,-6)^T, (-2,8,-4)^T, (-2,6,-8)^T, (-4,6,-4)^T)$ eine affine Basis von A ist.

b) Gibt es eine affine Abbildung $f : A \to A$ mit $f((0,0,0)^T) = (-1,1,2)^T$, $f((1,2,-1)^T) = (-2,4,-1)^T$ und $f((1,1,1)^T) = (3,3,0)^T$? Bestimmen Sie solch ein f gegebenenfalls.

Aufgabe 57

Gegeben sind zwei Geraden G_1 und G_2 im affinen Raum $A = \mathbb{R}^3$, die sich weder schneiden noch parallel sind. Bestimmen Sie $[G_1 \cup G_2]$.

Aufgabe 58

Seien A und B affine Räume und $f, g : A \to B$ affine Abbildungen. Sei M die Menge der Punkte, an denen f und g übereinstimmen. Zeigen Sie, dass M ein affiner Unterraum von A ist.

Aufgabe 59

Seien $B_1 = p_1 + U_1$ und $B_2 = p_2 + U_2$ affine Unterräume des affinen Raumes A. Zeigen Sie, dass $B_1 \cap B_2 \neq \emptyset$ genau dann, wenn $\overrightarrow{p_1 p_2} \in U_1 + U_2$.

Aufgabe 60

Sei A ein endlichdimensionaler affiner Raum und B_1, B_2 nichtleere und disjunkte affine Unterräume von A. Gibt es stets zwei disjunkte und parallele affine Hyperebenen H_1 und H_2 in A mit $B_1 \subseteq H_1$ und $B_2 \subseteq H_2$?

Aufgabe 61*

Sei A ein affiner Raum bezüglich dem n-dimensionalen Vektorraum V und $f : A \longrightarrow A$ eine Affinität. Sei $x_1, x_2, ..., x_n$ eine Basis von V. Wenn $f\, t_{x_i} = t_{x_i}\, f$ für alle $i = 1, 2, ..., n$ gilt, ist f dann selbst eine Verschiebung?

Abgabe: 22./23. Juni 2016 in den Übungsgruppen