Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Summe
Punkte	/1	/4	/8	/8	/3	/4	/4	/5	/6	/8	/6	/4	/61

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass die Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen und Stammfunktionen könnten hilfreich sein.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$
$f'(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\big(\cos(x)\big)^2}$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$

$a \in \mathbb{R},\ b \in \mathbb{R}^+$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: | **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*4 Punkte*) Geben Sie die ε-δ-Definition der Stetigkeit von $f\colon \mathbb{R}_{\geqq 0} \to \mathbb{R}$ in $x_0 \in \mathbb{R}_{\geqq 0}$ an.

Zeigen Sie mit dieser Definition, dass $f\colon \mathbb{R}_{\geqq 0} \to \mathbb{R}, x \mapsto \sqrt{x}$ im Punkt $x_0 = 0$ stetig ist.

Aufgabe 3 (*8 Punkte*) Widerlegen Sie folgende Aussagen jeweils durch Angabe eines Gegenbeispiels.

(a) Eine beschränkte Folge reeller Zahlen konvergiert.

(b) Eine Folge komplexer Zahlen hat maximal drei Häufungspunkte.

(c) Eine stetige Funktion $f : (-2, 1) \to \mathbb{R}$ ist beschränkt.

(d) Der linksseitige und der rechtsseitige Grenzwert einer Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ an der Stelle $x_0 = 1$ stimmen stets überein.

Aufgabe 4 (*8 Punkte*) Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert:

(a) $\sum_{k=1}^{n} 5(\sqrt{k} - \sqrt{k-1})$

(b) $\sum_{k=1}^{n} 5 \cdot \frac{k}{(k+1)!}$

Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Zeigen Sie, dass die Gleichung $\frac{1}{1+x^2} = \sqrt{x}$ eine Lösung in $\mathbb{R}_{\geqq 0}$ hat.

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Definieren sie Differenzierbarkeit einer Funktion $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ in $x_0 \in \mathbb{R}$:

Zeigen Sie, dass eine in x_0 differenzierbare Funktion dort auch stetig ist.

Aufgabe 7 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie den folgenden Grenzwert: $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\ln(x^2)}{\ln(x^3+2)} =$

Aufgabe 8 (*5 Punkte*) Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x,y) = e^{xy} + x^2 + 4y^2$. Zeigen Sie, dass $(0,0)$ ein kritischer Punkt von f ist.

Bestimmen Sie die Art des Extremums in $(0,0)$.

Aufgabe 9 (*6 Punkte*) Sei $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, (x,y) \mapsto (\sin(x), 2xy^2)$. Berechnen Sie die Jacobimatrizen

$J(f)(x,y) =$ und $J(f \circ f)(\pi, 1) =$

Aufgabe 10 (*8 Punkte*) Berechnen Sie folgende Integrale:

$$\int_1^3 2x\ln(x)dx =$$

$$\int \frac{4x}{(x^2+1)(x-1)}dx =$$

Aufgabe 11 (*6 Punkte*) Formulieren Sie den binomischen Lehrsatz für $(x+a)^n$ mit $a, x \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$.

Beweisen Sie den binomischen Lehrsatz mit dem Satz von Taylor.

Aufgabe 12 (*4 Punkte*) Zeigen Sie, dass die Potenzreihe $\left(\sum_{k=1}^{n} k^2 x^k\right)_{n\in\mathbb{N}}$ genau auf dem Intervall $(-1,1)$ konvergiert.

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Summe
Punkte	/1	/4	/8	/8	/3	/4	/4	/5	/6	/8	/6	/4	/61

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass die Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen und Stammfunktionen könnten hilfreich sein.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$
$f'(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\left(\cos(x)\right)^2}$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$

$a \in \mathbb{R},\ b \in \mathbb{R}^+$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*4 Punkte*) Geben Sie die ε-δ-Definition der Stetigkeit von $f\colon \mathbb{R}_{\geqq 0} \to \mathbb{R}$ in $x_0 \in \mathbb{R}_{\geqq 0}$ an.

Zeigen Sie mit dieser Definition, dass $f\colon \mathbb{R}_{\geqq 0} \to \mathbb{R}, x \mapsto \sqrt{x}$ im Punkt $x_0 = 0$ stetig ist.

Aufgabe 3 (*8 Punkte*) Widerlegen Sie folgende Aussagen jeweils durch Angabe eines Gegenbeispiels.

(a) Eine beschränkte Folge reeller Zahlen konvergiert.

(b) Eine konvergente Reihe konvergiert auch absolut.

(c) Eine stetige Funktion $f : (-1, 2) \to \mathbb{R}$ ist beschränkt.

(d) Der linksseitige und der rechtsseitige Grenzwert einer Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ an der Stelle $x_0 = 0$ stimmen stets überein.

Aufgabe 4 (*8 Punkte*) Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert:

(a) $\sum_{k=1}^{n} 2(\sqrt{k} - \sqrt{k-1})$

(b) $\sum_{k=1}^{n} 2 \cdot \frac{k}{(k+1)!}$

Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Zeigen Sie, dass die Gleichung $\dfrac{1}{1+x^2} = \sqrt{x}$ eine Lösung in $\mathbb{R}_{\geqq 0}$ hat.

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Definieren sie Differenzierbarkeit einer Funktion $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ in $x_0 \in \mathbb{R}$:

Zeigen Sie, dass eine in x_0 differenzierbare Funktion dort auch stetig ist.

Aufgabe 7 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie den folgenden Grenzwert: $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\ln(x^3)}{\ln(x^4+2)} =$

Aufgabe 8 (*5 Punkte*) Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x,y) = e^{xy} + x^2 + 2y^2$. Zeigen Sie, dass $(0,0)$ ein kritischer Punkt von f ist.

Bestimmen Sie die Art des Extremums in $(0,0)$.

Aufgabe 9 (*6 Punkte*) Sei $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, (x,y) \mapsto (\sin(x), 3xy^2)$. Berechnen Sie die Jacobimatrizen

$J(f)(x,y) =$ und $J(f \circ f)(\pi, 1) =$

Aufgabe 10 (*8 Punkte*) Berechnen Sie folgende Integrale:

$$\int_1^8 2x\ln(x)dx =$$

$$\int \frac{8x}{(x^2+1)(x-1)}dx =$$

Aufgabe 11 (*6 Punkte*) Formulieren Sie den binomischen Lehrsatz für $(x+a)^n$ mit $a, x \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$.

Beweisen Sie den binomischen Lehrsatz mit dem Satz von Taylor.

Aufgabe 12 (*4 Punkte*) Zeigen Sie, dass die Potenzreihe $\left(\sum_{k=1}^{n} k^2 x^k\right)_{n\in\mathbb{N}}$ genau auf dem Intervall $(-1, 1)$ konvergiert.

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Summe
Punkte	/1	/4	/8	/8	/3	/4	/4	/5	/6	/8	/6	/4	/61

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass die Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen und Stammfunktionen könnten hilfreich sein.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$
$f'(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\dfrac{1}{\big(\cos(x)\big)^2}$	$\ln(b)\,b^x$	$\dfrac{1}{x}$	$-\sin x$	$\dfrac{1}{1+x^2}$

$a \in \mathbb{R},\ b \in \mathbb{R}^+$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: | **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*4 Punkte*) Geben Sie die ε-δ-Definition der Stetigkeit von $f\colon \mathbb{R}_{\geqq 0} \to \mathbb{R}$ in $x_0 \in \mathbb{R}_{\geqq 0}$ an.

Zeigen Sie mit dieser Definition, dass $f\colon \mathbb{R}_{\geqq 0} \to \mathbb{R}, x \mapsto \sqrt{x}$ im Punkt $x_0 = 0$ stetig ist.

Aufgabe 3 (*8 Punkte*) Widerlegen Sie folgende Aussagen jeweils durch Angabe eines Gegenbeispiels.

(a) Jede Folge hat eine konvergente Teilfolge.

(b) Eine konvergente Reihe konvergiert auch absolut.

(c) Eine stetige Funktion $f : (-1, 3) \to \mathbb{R}$ ist beschränkt.

(d) Der linksseitige und der rechtsseitige Grenzwert einer Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ an der Stelle $x_0 = 1$ stimmen stets überein.

Aufgabe 4 (*8 Punkte*) Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert:

(a) $\sum\limits_{k=1}^{n} 3(\sqrt{k} - \sqrt{k-1})$

(b) $\sum\limits_{k=1}^{n} 3 \cdot \dfrac{k}{(k+1)!}$

Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Zeigen Sie, dass die Gleichung $\frac{1}{1+x^2} = \sqrt{x}$ eine Lösung in $\mathbb{R}_{\geqq 0}$ hat.

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Definieren sie Differenzierbarkeit einer Funktion $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ in $x_0 \in \mathbb{R}$:

Zeigen Sie, dass eine in x_0 differenzierbare Funktion dort auch stetig ist.

Aufgabe 7 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie den folgenden Grenzwert: $\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x^4)}{\ln(x^3+1)} =$

Aufgabe 8 (*5 Punkte*) Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x,y) = e^{xy} + x^2 + 3y^2$. Zeigen Sie, dass $(0,0)$ ein kritischer Punkt von f ist.

Bestimmen Sie die Art des Extremums in $(0,0)$.

Aufgabe 9 (*6 Punkte*) Sei $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, (x,y) \mapsto (\sin(x), -2xy^2)$. Berechnen Sie die Jacobimatrizen

$J(f)(x,y) =$ und $J(f \circ f)(\pi, 1) =$

Aufgabe 10 (*8 Punkte*) Berechnen Sie folgende Integrale:

$$\int_1^4 2x \ln(x) dx =$$

$$\int \frac{16x}{(x^2+1)(x-1)} dx =$$

Aufgabe 11 (*6 Punkte*) Formulieren Sie den binomischen Lehrsatz für $(x+a)^n$ mit $a, x \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$.

Beweisen Sie den binomischen Lehrsatz mit dem Satz von Taylor.

Aufgabe 12 (*4 Punkte*) Zeigen Sie, dass die Potenzreihe $\left(\sum_{k=1}^{n} k^2 x^k\right)_{n\in\mathbb{N}}$ genau auf dem Intervall $(-1,1)$ konvergiert.

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Summe
Punkte	/1	/4	/8	/8	/3	/4	/4	/5	/6	/8	/6	/4	/61

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass die Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen und Stammfunktionen könnten hilfreich sein.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$
$f'(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\big(\cos(x)\big)^2}$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$

$a \in \mathbb{R},\ b \in \mathbb{R}^+$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*4 Punkte*) Geben Sie die ε-δ-Definition der Stetigkeit von $f\colon \mathbb{R}_{\geqq 0} \to \mathbb{R}$ in $x_0 \in \mathbb{R}_{\geqq 0}$ an.

Zeigen Sie mit dieser Definition, dass $f\colon \mathbb{R}_{\geqq 0} \to \mathbb{R}, x \mapsto \sqrt{x}$ im Punkt $x_0 = 0$ stetig ist.

Aufgabe 3 (*8 Punkte*) Widerlegen Sie folgende Aussagen jeweils durch Angabe eines Gegenbeispiels.

(a) Jede Folge hat eine konvergente Teilfolge.

(b) Eine Folge komplexer Zahlen hat maximal drei Häufungspunkte.

(c) Eine stetige Funktion $f : (-3, 1) \to \mathbb{R}$ ist beschränkt.

(d) Der linksseitige und der rechtsseitige Grenzwert einer Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ an der Stelle $x_0 = -1$ stimmen stets überein.

Aufgabe 4 (*8 Punkte*) Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert:

(a) $\sum\limits_{k=1}^{n} 4(\sqrt{k} - \sqrt{k-1})$

(b) $\sum\limits_{k=1}^{n} 4 \cdot \dfrac{k}{(k+1)!}$

Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Zeigen Sie, dass die Gleichung $\frac{1}{1+x^2} = \sqrt{x}$ eine Lösung in $\mathbb{R}_{\geqq 0}$ hat.

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Definieren sie Differenzierbarkeit einer Funktion $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ in $x_0 \in \mathbb{R}$:

Zeigen Sie, dass eine in x_0 differenzierbare Funktion dort auch stetig ist.

Aufgabe 7 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie den folgenden Grenzwert: $\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x^3)}{\ln(x^2+1)} =$

Aufgabe 8 (*5 Punkte*) Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x,y) = e^{xy} + x^2 + 5y^2$. Zeigen Sie, dass $(0,0)$ ein kritischer Punkt von f ist.

Bestimmen Sie die Art des Extremums in $(0,0)$.

Aufgabe 9 (*6 Punkte*) Sei $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, (x,y) \mapsto (\sin(x), -3xy^2)$. Berechnen Sie die Jacobimatrizen

$J(f)(x,y) =$ [ ] und $J(f \circ f)(\pi, 1) =$ [ ]

Aufgabe 10 (*8 Punkte*) Berechnen Sie folgende Integrale:

$$\int_1^6 2x\ln(x)dx =$$

$$\int \frac{12x}{(x^2+1)(x-1)}dx =$$

Aufgabe 11 (*6 Punkte*) Formulieren Sie den binomischen Lehrsatz für $(x+a)^n$ mit $a, x \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$.

Beweisen Sie den binomischen Lehrsatz mit dem Satz von Taylor.

Aufgabe 12 (*4 Punkte*) Zeigen Sie, dass die Potenzreihe $\left(\sum_{k=1}^{n} k^2 x^k\right)_{n\in\mathbb{N}}$ genau auf dem Intervall $(-1,1)$ konvergiert.