
Aufgabe 1

Das Konvergenzintervall der Potenzreihe $\sum_{k=0}^n \frac{k+2}{2^k} x^k$ um den Entwicklungspunkt 0 ist $I = \mathbb{R}$.

wahr falsch

Das Konvergenzintervall der Potenzreihe $\sum_{k=0}^n \frac{k+2}{2^k} x^k$ um den Entwicklungspunkt 0 ist $I = (-1, 1)$.

wahr falsch

Das Konvergenzintervall der Potenzreihe $\sum_{k=0}^n \frac{k+2}{2^k} x^k$ um den Entwicklungspunkt 0 enthält alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x| \leq 1$.

wahr falsch

Das Konvergenzintervall der Potenzreihe $\sum_{k=0}^n \frac{k+2}{2^k} x^k$ um den Entwicklungspunkt 0 ist enthalten im Intervall $[-2, 2]$.

wahr falsch

Aufgabe 2

Der Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{k=0}^n (2x)^{2k}$ um den Entwicklungspunkt 0 liegt in \mathbb{Z} .

wahr falsch

Der Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{k=0}^n (2x)^{2k}$ um den Entwicklungspunkt 0 liegt in $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$.

wahr falsch

Der Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{k=0}^n (2x)^{2k}$ um den Entwicklungspunkt 0 liegt in $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

wahr falsch

Der Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{k=0}^n (2x)^{2k}$ um den Entwicklungspunkt 0 ist kleiner als $\frac{2}{3}$.

wahr falsch

Aufgabe 3

Es existiert eine reelle Zahlenfolge $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$, sodass sich die Reihe $\sum_{k=0}^n \sum_{j=0}^k \frac{1}{k!} \binom{k}{j} x^j$ als Potenzreihe $\sum_{k=0}^n a_k (x - x_0)^k$ mit $x_0 = -1$ schreiben lässt.

wahr falsch

Es existiert $x_0 \in \mathbb{R}$, sodass sich die Reihe $\sum_{k=0}^n \sum_{j=0}^k \frac{1}{k!} \binom{k}{j} x^j$ als Potenzreihe $\sum_{k=0}^n a_k (x - x_0)^k$ mit $a_k = \frac{1}{k!}$ schreiben lässt.

wahr falsch

Die Reihe $\sum_{k=0}^n \sum_{j=0}^k \frac{1}{k!} \binom{k}{j} x^j$ lässt sich nicht als Potenzreihe $\sum_{k=0}^n a_k (x - x_0)^k$ mit Entwicklungspunkt $x_0 \in \mathbb{R}$ schreiben.

wahr falsch

Die Reihe $\sum_{k=0}^n \sum_{j=0}^k \frac{1}{k!} \binom{k}{j} x^j$ lässt sich nicht als Potenzreihe $\sum_{k=0}^n a_k (x - x_0)^k$ mit Entwicklungspunkt $x_0 \in \mathbb{Z}$ schreiben.

wahr falsch

Aufgabe 4

Gegeben sei eine Potenzreihe mit Entwicklungspunkt $x_0 \in \mathbb{R}$ und Konvergenzradius $R \in \mathbb{Q}$. Dann konvergiert die Potenzreihe für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x - x_0| < R$ absolut.

wahr falsch

Gegeben sei eine Potenzreihe mit Entwicklungspunkt $x_0 \in \mathbb{R}$ und Konvergenzradius $R \in \mathbb{Q}$. Dann konvergiert die Potenzreihe für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x - x_0| \leq R$ absolut.

wahr falsch

Gegeben sei eine Potenzreihe mit Entwicklungspunkt $x_0 \in \mathbb{R}$ und Konvergenzradius $R \in \mathbb{Q}$. Dann konvergiert die Potenzreihe für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x - x_0| \leq R$.

wahr falsch

Gegeben sei eine Potenzreihe mit Entwicklungspunkt $x_0 \in \mathbb{R}$ und Konvergenzradius $R \in \mathbb{Q}$. Dann konvergiert die Potenzreihe für kein $x \in \mathbb{R}$ mit $|x - x_0| = R$.

wahr falsch

Aufgabe 5

Es gilt $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x \cdot \sin(x)} \in \mathbb{Q}$.

wahr falsch

Es gilt $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x \cdot \sin(x)} \in [0, 1]$.

wahr falsch

Es gilt $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x \cdot \sin(x)} \in \mathbb{Z}$.

wahr falsch

Es gilt $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x \cdot \sin(x)} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

wahr falsch

Aufgabe 6

Die Partition $\{0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\}$ ist eine Verfeinerung der Partition $\{0, \frac{1}{2}, 1\}$.

wahr falsch

Die Partition $\{0, \frac{1}{2}, 1\}$ ist eine Verfeinerung der Partition $\{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\}$.

wahr falsch

Die Partition $\{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1\}$ ist eine Verfeinerung der Partition $\{0, \frac{1}{2}, 1\}$.

wahr falsch

Die Partition $\{0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1\}$ ist eine Verfeinerung der Partition $\{0, \frac{1}{2}, 1\}$.

wahr falsch

Aufgabe 7

Seien P und Q Partitionen von $[0, 1]$, wobei Q feiner sei als P , und sei $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion. Dann gilt $U(f, P) \leq U(f, Q)$.

wahr falsch

Seien P und Q Partitionen von $[0, 1]$, wobei Q feiner sei als P , und sei $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion. Dann gilt $U(f, Q) \leq U(f, P)$.

wahr falsch

Seien P und Q Partitionen von $[0, 1]$, wobei Q feiner sei als P , und sei $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion. Dann gilt $U(f, Q) \leq O(f, P)$.

wahr falsch

Seien P und Q Partitionen von $[0, 1]$, wobei Q feiner sei als P , und sei $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion. Dann gilt $U(f, P) \leq O(f, Q)$.

wahr falsch

Aufgabe 8

Sei $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 12 & \text{für } x \leq \frac{1}{3} \\ -3 & \text{für } x > \frac{1}{3} \end{cases}$. Dann gilt:

$$\int_0^1 f(x) dx = \boxed{2}$$

Sei $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 15 & \text{für } x \leq \frac{1}{3} \\ -3 & \text{für } x > \frac{1}{3} \end{cases}$. Dann gilt:

$$\int_0^1 f(x) dx = \boxed{3}$$

Sei $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 18 & \text{für } x \leq \frac{1}{3} \\ -3 & \text{für } x > \frac{1}{3} \end{cases}$. Dann gilt:

$$\int_0^1 f(x) dx = \boxed{4}$$

Sei $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 21 & \text{für } x \leq \frac{1}{3} \\ -3 & \text{für } x > \frac{1}{3} \end{cases}$. Dann gilt:

$$\int_0^1 f(x) dx = \boxed{5}$$

Aufgabe 9

Sei $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{für } x \in \mathbb{Q} \\ 3 & \text{für } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$. Dann gilt $U(f) = \boxed{6}$

Sei $f: [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{für } x \in \mathbb{Q} \\ 3 & \text{für } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$. Dann gilt $U(f) = \boxed{9}$

Sei $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 3x + 3 & \text{für } x \in \mathbb{Q} \\ 3 & \text{für } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$. Dann gilt $U(f) = \boxed{6}$

Sei $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 2x + 2 & \text{für } x \in \mathbb{Q} \\ 2 & \text{für } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$. Dann gilt $U(f) = \boxed{4}$

Aufgabe 10

Sei $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ eine integrierbare Funktion und sei $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ eine konstante Funktion. Dann gilt:

$$\int_0^1 f(x) \cdot g(x) dx = \left(\int_0^1 f(x) dx \right) \cdot \left(\int_0^1 g(x) dx \right)$$

wahr falsch

Seien $f, g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ integrierbare Funktionen. Dann gilt:

$$\int_0^1 f(x) \cdot g(x) dx = \left(\int_0^1 f(x) dx \right) \cdot \left(\int_0^1 g(x) dx \right)$$

wahr falsch

Sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine lineare Funktion und sei $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ eine integrierbare Funktion. Dann gilt:

$$\int_0^1 f(g(x)) dx = f \left(\int_0^1 g(x) dx \right)$$

wahr falsch

Seien $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ integrierbare Funktionen. Dann gilt:

$$\int_0^1 f(g(x)) dx = f \left(\int_0^1 g(x) dx \right)$$

wahr falsch
