

---

## Aufgabe 1

---

Die durch  $a_n := \begin{cases} 1 & n \text{ gerade} \\ n & n \text{ ungerade} \end{cases}$  definierte Folge hat einen Häufungspunkt.

wahr  falsch

---

Die durch  $a_n := \frac{n}{n+1} \cdot i^{2n+1}$  definierte Folge komplexer Zahlen hat einen Häufungspunkt.

wahr  falsch

---

Die durch  $a_n := \frac{2n}{n+2} \sin(3n)$  definierte Folge reeller Zahlen hat einen Häufungspunkt.

wahr  falsch

---

Die durch  $a_n := (-1)^n \frac{n^2}{\sqrt{n+1}}$  definierte Folge hat einen Häufungspunkt.

wahr  falsch

---

---

## Aufgabe 2

---

Sei  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Folge reeller Zahlen mit  $\forall \varepsilon > 0 \exists N, M \in \mathbb{N} \forall n \geq N, \forall m \geq M : |a_n - a_m| < \varepsilon$ . Dann ist  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Cauchy-Folge.

wahr  falsch

---

Eine Folge reeller Zahlen  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  ist nach Definition genau dann eine Cauchy-Folge, wenn  $\exists N \in \mathbb{N} \forall \varepsilon > 0 \forall m, n \geq N : |a_n - a_m| < \varepsilon$ .

wahr  falsch

---

Jede beschränkte Folge reeller Zahlen besitzt eine Teilfolge, die eine Cauchy-Folge ist.

wahr  falsch

---

Jede monotone beschränkte Folge reeller Zahlen ist eine Cauchy-Folge.

wahr  falsch

---

---

### Aufgabe 3

---

Sei  $s_n = \sum_{k=1}^n |a_k|$  eine konvergente Reihe, dann konvergiert auch  $\sum_{k=1}^n a_k$ .

immer wahr    manchmal auch falsch

---

Sei  $s_n = \sum_{k=1}^n |a_k|$  eine konvergente Reihe, dann konvergiert auch  $\sum_{k=1}^n a_k^2$ .

immer wahr    manchmal auch falsch

---

Sei  $s_n = \sum_{k=1}^n a_k^2$  eine konvergente Reihe, dann konvergiert auch  $\sum_{k=1}^n |a_k|$ .

immer wahr    manchmal auch falsch

---

Sei  $s_n = \sum_{k=1}^n a_k^2$  eine konvergente Reihe. Dann konvergiert auch  $\sum_{k=1}^n a_k$ .

immer wahr    manchmal auch falsch

---

---

### Aufgabe 4

---

Die Reihe  $\sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} \cdot \frac{1}{j^2}$  konvergiert.

wahr    falsch

---

Die Reihe  $\sum_{j=1}^n (-1)^j$  konvergiert.

wahr    falsch

---

Die Reihe  $\sum_{j=1}^n (-1)^j \cos(n\pi)$  konvergiert.

wahr    falsch

---

Die Reihe  $\sum_{j=1}^n (-1)^{2j} \frac{1}{2^j}$  konvergiert.

wahr    falsch

---

---

## Aufgabe 5

---

Sei  $q \in \mathbb{R}$ . Das Quotientenkriterium zeigt die Konvergenz der Reihe  $\sum_{n=1}^N \frac{1}{q^n}$  für

- $q = 1$
- $q = 2$
- $q = \frac{1}{2}$ .

Kreuzen Sie alle richtigen Aussagen (und nur diese) an.

---

Sei  $k \in \mathbb{Z}$ . Das Quotientenkriterium kann man in folgenden Fällen anwenden, um die Konvergenz der Reihe  $\sum_{n=1}^N \frac{n^k}{n!}$  zu beweisen:

- $k = 1$
- $k = 2$
- $k = -1$

Kreuzen Sie alle richtigen Aussagen (und nur diese) an.

---

Sei  $k \in \mathbb{Z}$ . In folgenden Fällen macht das Quotientenkriterium keine Aussage zur Konvergenz der Reihe  $\sum_{n=1}^N \frac{1}{n^k}$ .

- $k = 1$
- $k = 2$
- $k = -1$

Kreuzen Sie alle richtigen Aussagen (und nur diese) an.

---

Sei  $k \in \mathbb{Z}$ . Das Quotientenkriterium lässt sich in folgenden Fällen anwenden, um die Konvergenz der Reihe  $\sum_{n=1}^N \pi^{nk}$  zu zeigen:

- $k = 1$
- $k = 0$
- $k = -1$

Kreuzen Sie alle richtigen Aussagen (und nur diese) an.

---

---

## Aufgabe 6

---

Die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) := \begin{cases} 1 & \text{für } x < 1 \\ -x^2 & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$  ist überall stetig.

wahr  falsch

---

Die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) := \begin{cases} 1 + x & \text{für } x < 1 \\ -1 - x^2 & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$  ist überall stetig.

wahr  falsch

---

Die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) := \begin{cases} 1 - x & \text{für } x < 1 \\ 1 - x^2 & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$  ist überall stetig.

wahr  falsch

---

Die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) := \begin{cases} 1 - 2x & \text{für } x < 1 \\ 2 - x^2 & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$  ist überall stetig.

wahr  falsch

---

---

## Aufgabe 7

---

Die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$  ist überall stetig und streng monoton wachsend.

wahr  falsch

---

Die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$  ist überall stetig und bijektiv.

wahr  falsch

---

Die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$  ist injektiv und hat genau eine Sprungstelle.

wahr  falsch

---

Die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$  ist überall stetig und injektiv.

wahr  falsch

---

---

## Aufgabe 8

---

Jede stetige Funktion  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $a < 0 < b$  hat eine Nullstelle.

wahr  falsch

---

Jede stetige Funktion  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(a) = -f(b)$  hat eine Nullstelle.

wahr  falsch

---

Jede stetige Funktion  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(a) \cdot f(b) < 0$  hat eine Nullstelle.

wahr  falsch

---

Jede stetige Funktion  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(a) < a < 0 < b$  hat eine Nullstelle.

wahr  falsch

---

---

## Aufgabe 9

---

Die Funktion  $f: (0, 1) \rightarrow (0, 1)$  mit  $f(x) = x^2$  hat einen Fixpunkt.

wahr  falsch

---

Die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = x^2 + 1$  hat einen Fixpunkt.

wahr  falsch

---

Die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = x^2 - 1$  hat einen Fixpunkt.

wahr  falsch

---

Die Funktion  $f: [-1, 1] \rightarrow [-1, 1]$  mit  $f(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{3}$  hat einen Fixpunkt.

wahr  falsch

---

---

## Aufgabe 10

---

Sei  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  eine monoton wachsende Funktion mit  $f(0) > 0$ . Dann ist die Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit  $a_0 := 0$  und  $a_{n+1} := f(a_n)$  monoton wachsend.

wahr    falsch

---

Sei  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  eine monoton wachsende Funktion mit  $f(0) > 0$ . Dann ist die Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit  $a_0 := 0$  und  $a_{n+1} := f(a_n)$  monoton fallend.

wahr    falsch

---

Sei  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  eine monoton wachsende stetige Funktion. Dann ist die Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit  $a_0 := 0$  und  $a_{n+1} := f(a_n)$  konvergent.

wahr    falsch

---

Sei  $f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$  eine monoton wachsende stetige Funktion. Dann ist die Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit  $a_0 := 0$  und  $a_{n+1} := f(a_n)$  konvergent.

wahr    falsch

---