Aufgabe 1

Sei $a_1 \in \mathbb{R}$ beliebig. Dann konvergiert die rekursiv durch $a_{n+1} := (-1)^n \cdot \frac{a_n}{3}$ definierte Folge.

☒ wahr ◯ falsch

Sei $a_1 \in \mathbb{R}$ beliebig. Dann konvergiert die rekursiv durch $a_{n+1} := (-1)^n \cdot \frac{a_n}{2}$ definierte Folge.

☒ wahr ◯ falsch

Sei $a_1 \in \mathbb{R}$ beliebig. Dann konvergiert die rekursiv durch $a_{n+1} := (-1)^n \cdot 2a_n$ definierte Folge.

◯ wahr ☒ falsch

Sei $a_1 \in \mathbb{R}$ beliebig. Dann konvergiert die rekursiv durch $a_{n+1} := (-1)^n \cdot a_n$ definierte Folge.

◯ wahr ☒ falsch

Aufgabe 2

Seien $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ Folgen reeller Zahlen, die alle von 0 verschieden sind. Beide Folgen konvergieren gegen 0. Dann konvergiert $\left(\frac{a_n}{b_n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen 0.

◯ wahr ☒ falsch

Seien $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ Folgen reeller Zahlen, die alle von 0 verschieden sind. Die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiere gegen 0. Dann konvergiert $\left(\frac{a_n}{b_n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen 0.

◯ wahr ☒ falsch

Seien $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ Folgen reeller Zahlen, die alle von 0 verschieden sind. Die Folge $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiere gegen 0. Dann ist $\left(\frac{a_n}{b_n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ unbeschränkt.

◯ wahr ☒ falsch

Seien $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ Folgen reeller Zahlen, die alle von 0 verschieden sind. Die Folgen konvergieren gegen a bzw. b und $\left(\frac{a_n}{b_n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert gegen 1. Dann gilt $a = b$.

☒ wahr ◯ falsch

Aufgabe 3

Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine gegen $a \in \mathbb{R}$ konvergente Folge reeller Zahlen. Dann konvergiert die durch $b_n := a_n - a$ definierte Folge gegen 0.

☒ wahr ☐ falsch

Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine gegen $a \in \mathbb{R}$ konvergente Folge reeller Zahlen. Dann konvergiert die durch $b_n := \frac{n(a_n-a)}{n+1}$ definierte Folge gegen 0.

☒ wahr ☐ falsch

Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine gegen $a \in \mathbb{R}$ konvergente Folge reeller Zahlen. Dann konvergiert die durch $b_n := n(a_n - a)$ definierte Folge gegen 0.

☐ wahr ☒ falsch

Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge reeller Zahlen. Die durch $b_n := a_n - a$ definierte Folge konvergiere gegen 0. Dann konvergiert die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

☒ wahr ☐ falsch

Aufgabe 4

Seien $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergente Folgen reeller Zahlen. Sei $c_n := \max\{a_n, b_n\}$. Dann konvergiert die Folge $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

☒ wahr ☐ falsch

Seien $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergente Folgen reeller Zahlen. Sei $c_n := \min\{a_n, b_n\}$. Dann konvergiert die Folge $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

☒ wahr ☐ falsch

Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge reeller Zahlen, die gegen a konvergiert. Dann konvergiert auch die durch $b_n := \max\{a_m \mid m \leq n\}$ definierte Folge.

☒ wahr ☐ falsch

Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge reeller Zahlen, die gegen a konvergiert. Sei $b_n := \min\{a_m \mid m \leq n\}$. Dann konvergiert auch die Folge $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen a.

☐ wahr ☒ falsch

Aufgabe 5

Sei $a_n := \frac{2^n}{n!}$. Kreuzen Sie alle richtigen Aussagen (und nur diese) an:

- [x] 2 ist eine obere Schranke der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
- [x] 3 ist eine obere Schranke der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
- [ ] Die Folge (a_n) ist nach oben unbeschränkt.
- [ ] 1 ist eine untere Schranke der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Sei $a_n := \frac{n!}{2^n}$. Kreuzen Sie alle richtigen Aussagen (und nur diese) an:

- [ ] 2 ist eine obere Schranke der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
- [ ] 3 ist eine obere Schranke der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
- [x] Die Folge (a_n) ist nach oben unbeschränkt.
- [ ] 1 ist eine untere Schranke der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Sei $a_n := \frac{n^n}{n!}$. Kreuzen Sie alle richtigen Aussagen (und nur diese) an:

- [ ] 2 ist eine obere Schranke der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
- [ ] 3 ist eine obere Schranke der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
- [x] Die Folge (a_n) ist nach oben unbeschränkt.
- [x] 1 ist eine untere Schranke der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Sei $a_n := \frac{n!}{n^n}$. Kreuzen Sie alle richtigen Aussagen (und nur diese) an:

- [x] 2 ist eine obere Schranke der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
- [x] 3 ist eine obere Schranke der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
- [ ] Die Folge (a_n) ist nach oben unbeschränkt.
- [ ] 1 ist eine untere Schranke der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Aufgabe 6

Die reelle Zahlenfolge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n = \frac{n-1}{n}$ ist monoton wachsend.

(x) wahr ( ) falsch

Die reelle Zahlenfolge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n = \frac{n+1}{2n}$ ist monoton wachsend.

( ) wahr (x) falsch

Die reelle Zahlenfolge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n = \frac{n+1}{2n}$ ist monoton fallend.

(x) wahr ( ) falsch

Die reelle Zahlenfolge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n = \frac{n-1}{2n}$ ist monoton fallend.

( ) wahr (x) falsch

Aufgabe 7

Die komplexe Zahlenfolge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n = (\frac{5n+7}{n})\mathtt{i}^n$ hat keine Häufungspunkte.

○ wahr ⊗ falsch

Die komplexe Zahlenfolge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n = (\frac{5n+7}{n})\mathtt{i}^n$ hat genau zwei Häufungspunkte.

○ wahr ⊗ falsch

Die komplexe Zahlenfolge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n = (\frac{5n+7}{n})\mathtt{i}^n$ hat genau vier Häufungspunkte.

⊗ wahr ○ falsch

Die komplexe Zahlenfolge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n = (\frac{5n+7}{n})\mathtt{i}^n$ hat unendlich viele verschiedene Häufungspunkte.

○ wahr ⊗ falsch

Aufgabe 8

Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine reelle Zahlenfolge mit Häufungspunkt a und sei $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine reelle Zahlenfolge mit Häufungspunkt b. Dann hat die Folge $(a_n \cdot b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mindestens einen Häufungspunkt in $\mathbb{R}$.

○ wahr ⊗ falsch

Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine reelle Zahlenfolge mit Häufungspunkt a und sei $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine reelle Zahlenfolge mit Häufungspunkt b. Dann hat die Folge $(a_n \cdot b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ den Häufungspunkt $a \cdot b$.

○ wahr ⊗ falsch

Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine reelle Zahlenfolge mit Häufungspunkt a und sei $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine reelle Zahlenfolge mit Häufungspunkt b. Dann hat die Folge $(a_n \cdot b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ im Allgemeinen keine Häufungspunkte.

⊗ wahr ○ falsch

Aufgabe 9

Die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n(\frac{n}{n+1})^n$ ist konvergent.

○ ja ☒ nein

Die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n(\frac{n}{n+1})^n$ ist divergent.

☒ ja ○ nein

Die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n(\frac{n}{n+1})^n$ ist absolut konvergent.

○ ja ☒ nein

Aufgabe 10

Sei $\sum_{j=1}^{n} a_j$ eine bedingt konvergente Reihe reeller Zahlen. Dann konvergiert auch jede Umordnung dieser Reihe.

○ ja ☒ nein

Sei $\sum_{j=1}^{n} a_j$ eine absolut konvergente Reihe reeller Zahlen. Dann konvergiert auch jede Umordnung dieser Reihe.

☒ ja ○ nein

Sei $\sum_{j=1}^{n} a_j$ eine absolut konvergente Reihe reeller Zahlen mit Grenzwert x. Dann konvergiert auch jede Umordnung dieser Reihe gegen x.

☒ ja ○ nein

Sei $\sum_{j=1}^{n} a_j$ eine bedingt konvergente Reihe reeller Zahlen. Dann existiert eine Umordnung dieser Reihe, die gegen 0 konvergiert.

☒ ja ○ nein