Aufgabe 1

Es gilt $|\int_0^\pi x \cdot \cos(x)dx| \leq \int_1^2 x \cdot \sqrt{x^2+1}dx$.

☒ wahr ◯ falsch

Es gilt $|\int_0^\pi x \cdot \cos(x)dx| \geq \int_1^2 x \cdot \sqrt{x^2+1}dx$.

◯ wahr ☒ falsch

Es gilt $\int_0^\pi x \cdot \cos(x)dx \leq -\int_1^2 x \cdot \sqrt{x^2+1}dx$.

◯ wahr ☒ falsch

Es gilt $\int_0^\pi x \cdot \cos(x)dx \geq -\int_1^2 x \cdot \sqrt{x^2+1}dx$.

☒ wahr ◯ falsch

Aufgabe 2

In der Partialbruchzerlegung des Quotienten $\frac{2x^3+x^2+5x+1}{(x^2+2)^2}$ taucht der Summand $\frac{2x+1}{x^2+2}$ auf.

☒ wahr ◯ falsch

In der Partialbruchzerlegung des Quotienten $\frac{2x^3+x^2+5x+1}{(x^2+2)^2}$ taucht der Summand $\frac{2x-1}{x^2+2}$ auf.

◯ wahr ☒ falsch

In der Partialbruchzerlegung des Quotienten $\frac{3x^3+x^2+7x+1}{(x^2+2)^2}$ taucht der Summand $\frac{3x-1}{x^2+2}$ auf.

◯ wahr ☒ falsch

In der Partialbruchzerlegung des Quotienten $\frac{3x^3+x^2+7x+1}{(x^2+2)^2}$ taucht der Summand $\frac{3x+1}{x^2+2}$ auf.

☒ wahr ◯ falsch

Aufgabe 3

Es gilt $e^x = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}\int_0^x (t-x)^2 e^t dt$.

☒ wahr ○ falsch

Es gilt $e^x = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}\int_0^x (x-t)^3 e^t dt$.

○ wahr ☒ falsch

Es gilt $\cos(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}\int_0^x (x-t)^2 \sin(t) dt$.

☒ wahr ○ falsch

Es gilt $\cos(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\int_0^x (x-t)^2 \sin(t) dt$.

○ wahr ☒ falsch

Aufgabe 4

Jede Treppenfunktion $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ hat eine Stammfunktion.

○ wahr ☒ falsch

Aufgabe 5

Sei $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ stetig. Dann gilt $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum\limits_{k=1}^{n} f(\frac{k}{n}) = \int\limits_0^1 f(x)dx$.

☒ wahr ◯ falsch

Sei $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ stetig. Dann gilt $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum\limits_{k=1}^{n} f(\frac{k-1}{n}) = \int\limits_0^1 f(x)dx$.

☒ wahr ◯ falsch

Sei $f : [0,2] \to \mathbb{R}$ stetig. Dann gilt $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{2n} \sum\limits_{k=1}^{n} f(\frac{k}{2n}) = \int\limits_0^2 f(x)dx$.

◯ wahr ☒ falsch

Sei $f : [0,2] \to \mathbb{R}$ stetig. Dann gilt $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{2n} \sum\limits_{k=1}^{n} f(\frac{k}{2n}) = \int\limits_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx$.

☒ wahr ◯ falsch

Aufgabe 6

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ Riemann-integrierbar. Für $a, b, c \in \mathbb{R}_{>0}$ mit $a < b$ gilt $\int_a^b f(x+c)dx = \int_{a+c}^{b+c} f(x)dx$.

☒ wahr ◯ falsch

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ Riemann-integrierbar. Für $a, b, c \in \mathbb{R}_{>0}$ mit $a < b$ gilt $\int_a^b (f(x)+c)dx = \int_{a+c}^{b+c} f(x)dx$.

◯ wahr ☒ falsch

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ Riemann-integrierbar. Für $a, b, c \in \mathbb{R}_{>0}$ mit $a < b$ gilt $\int_a^b f(cx)dx = \int_{ac}^{bc} f(x)dx$.

◯ wahr ☒ falsch

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ Riemann-integrierbar. Für $a, b, c \in \mathbb{R}_{>0}$ mit $a < b$ gilt $c \cdot \int_a^b f(cx)dx = \int_{ac}^{bc} f(x)dx$.

☒ wahr ◯ falsch

Aufgabe 7

Sei $f\colon [-3,3] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{9-x^2}$. Dann beträgt die Bogenlänge $L(C_f) = \boxed{6} \cdot \frac{\pi}{2}$.

Sei $f\colon [-3,0] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{9-x^2}$. Dann beträgt die Bogenlänge $L(C_f) = \boxed{3} \cdot \frac{\pi}{2}$.

Sei $f\colon [-4,0] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{16-x^2}$. Dann beträgt die Bogenlänge $L(C_f) = \boxed{4} \cdot \frac{\pi}{2}$.

Sei $f\colon [-4,4] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{16-x^2}$. Dann beträgt die Bogenlänge $L(C_f) = \boxed{8} \cdot \frac{\pi}{2}$.

Aufgabe 8

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x,y) := x^2y + y^3x$. Dann ist der Gradient von f an $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ gegeben durch einen Vektor $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ mit $a = \boxed{12}$.

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x,y) := x^2y + y^3x$. Dann ist der Gradient von f an $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ gegeben durch einen Vektor $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ mit $b = \boxed{13}$.

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x,y) := x^2y + y^3x$. Dann ist der Gradient von f an $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ gegeben durch einen Vektor $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ mit $a = \boxed{-1}$.

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x,y) := x^2y + y^3x$. Dann ist der Gradient von f an $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ gegeben durch einen Vektor $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ mit $b = \boxed{-2}$.

Aufgabe 9

Sei $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch $g(x, y) = xy(x^2 + y^3) + 2x - 3y$. Dann ist die Richtungsableitung von g an $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ in Richtung $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ gegeben durch den Wert $\boxed{4} \cdot \sqrt{2}$.

Sei $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch $g(x, y) = xy(x^2 + y^3) + 2x - 3y$. Dann ist die Richtungsableitung von g an $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ in Richtung $\begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ gegeben durch den Wert $\boxed{-2} \cdot \sqrt{2}$.

Sei $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch $g(x, y) = xy(x^2 + y^3) + 2x - 3y$. Dann ist die Richtungsableitung von g an $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ in Richtung $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ gegeben durch den Wert $\boxed{2} \cdot \sqrt{2}$.

Sei $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch $g(x, y) = xy(x^2 + y^3) + 2x - 3y$. Dann ist die Richtungsableitung von g an $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ in Richtung $\begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ gegeben durch den Wert $\boxed{-4} \cdot \sqrt{2}$.

Aufgabe 10

Existieren alle partiellen Ableitungen der Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ in jedem Punkt, dann ist f total differenzierbar.

○ wahr ☒ falsch

Ist $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ total differenzierbar, dann existieren alle Richtungsableitungen.

☒ wahr ○ falsch

Existieren alle partiellen Ableitungen der Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ in jedem Punkt, dann ist f stetig.

○ wahr ☒ falsch

Existieren alle partiellen Ableitungen der Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ in jedem Punkt und sind diese zudem konstant, dann ist f total differenzierbar.

☒ wahr ○ falsch