Aufgabe 1

Das Konvergenzintervall der Potenzreihe $\sum_{k=0}^{n} \frac{k+2}{2^k} x^k$ um den Entwicklungspunkt 0 ist $I = \mathbb{R}$.

◯ wahr ◯falsch

Das Konvergenzintervall der Potenzreihe $\sum_{k=0}^{n} \frac{k+2}{2^k} x^k$ um den Entwicklungspunkt 0 ist $I = (-1, 1)$.

◯ wahr ◯falsch

Das Konvergenzintervall der Potenzreihe $\sum_{k=0}^{n} \frac{k+2}{2^k} x^k$ um den Entwicklungspunkt 0 enthält alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x| \leq 1$.

◯ wahr ◯falsch

Das Konvergenzintervall der Potenzreihe $\sum_{k=0}^{n} \frac{k+2}{2^k} x^k$ um den Entwicklungspunkt 0 ist enthalten im Intervall $[-2, 2]$.

◯ wahr ◯falsch

Aufgabe 2

Der Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{k=0}^{n} (2x)^{2k}$ um den Entwicklungspunkt 0 liegt in $\mathbb{Z}$.

◯ wahr ◯falsch

Der Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{k=0}^{n} (2x)^{2k}$ um den Entwicklungspunkt 0 liegt in $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$.

◯ wahr ◯falsch

Der Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{k=0}^{n} (2x)^{2k}$ um den Entwicklungspunkt 0 liegt in $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

◯ wahr ◯falsch

Der Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{k=0}^{n} (2x)^{2k}$ um den Entwicklungspunkt 0 ist kleiner als $\frac{2}{3}$.

◯ wahr ◯falsch

Aufgabe 3

Es existiert eine reelle Zahlenfolge $(a_k)_{k\in\mathbb{N}}$, sodass sich die Reihe $\sum\limits_{k=0}^{n}\sum\limits_{j=0}^{k}\frac{1}{k!}\binom{k}{j}x^j$ als Potenzreihe $\sum\limits_{k=0}^{n} a_k(x-x_0)^k$ mit $x_0=-1$ schreiben lässt.

◯ wahr ◯falsch

Es existiert $x_0 \in \mathbb{R}$, sodass sich die Reihe $\sum\limits_{k=0}^{n}\sum\limits_{j=0}^{k}\frac{1}{k!}\binom{k}{j}x^j$ als Potenzreihe $\sum\limits_{k=0}^{n} a_k(x-x_0)^k$ mit $a_k=\frac{1}{k!}$ schreiben lässt.

◯ wahr ◯falsch

Die Reihe $\sum\limits_{k=0}^{n}\sum\limits_{j=0}^{k}\frac{1}{k!}\binom{k}{j}x^j$ lässt sich nicht als Potenzreihe $\sum\limits_{k=0}^{n} a_k(x-x_0)^k$ mit Entwicklungspunkt $x_0 \in \mathbb{R}$ schreiben.

◯ wahr ◯falsch

Die Reihe $\sum\limits_{k=0}^{n}\sum\limits_{j=0}^{k}\frac{1}{k!}\binom{k}{j}x^j$ lässt sich nicht als Potenzreihe $\sum\limits_{k=0}^{n} a_k(x-x_0)^k$ mit Entwicklungspunkt $x_0 \in \mathbb{Z}$ schreiben.

◯ wahr ◯falsch

Aufgabe 4

Gegeben sei eine Potenzreihe mit Entwicklungspunkt $x_0 \in \mathbb{R}$ und Konvergenzradius $R \in \mathbb{Q}$. Dann konvergiert die Potenzreihe für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x-x_0| < R$ absolut.

◯ wahr ◯falsch

Gegeben sei eine Potenzreihe mit Entwicklungspunkt $x_0 \in \mathbb{R}$ und Konvergenzradius $R \in \mathbb{Q}$. Dann konvergiert die Potenzreihe für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x-x_0| \leq R$ absolut.

◯ wahr ◯falsch

Gegeben sei eine Potenzreihe mit Entwicklungspunkt $x_0 \in \mathbb{R}$ und Konvergenzradius $R \in \mathbb{Q}$. Dann konvergiert die Potenzreihe für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x-x_0| \leq R$.

◯ wahr ◯falsch

Gegeben sei eine Potenzreihe mit Entwicklungspunkt $x_0 \in \mathbb{R}$ und Konvergenzradius $R \in \mathbb{Q}$. Dann konvergiert die Potenzreihe für kein $x \in \mathbb{R}$ mit $|x - x_0| = R$.

○ wahr ○ falsch

Aufgabe 5

Es gilt $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\cos(x)}{x \cdot \sin(x)} \in \mathbb{Q}$.

○ wahr ○ falsch

Es gilt $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\cos(x)}{x \cdot \sin(x)} \in [0, 1]$.

○ wahr ○ falsch

Es gilt $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\cos(x)}{x \cdot \sin(x)} \in \mathbb{Z}$.

○ wahr ○ falsch

Es gilt $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\cos(x)}{x \cdot \sin(x)} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

○ wahr ○ falsch

Aufgabe 6

Die Partition $\{0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\}$ ist eine Verfeinerung der Partition $\{0, \frac{1}{2}, 1\}$.

○ wahr ○ falsch

Die Partition $\{0, \frac{1}{2}, 1\}$ ist eine Verfeinerung der Partition $\{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\}$.

○ wahr ○ falsch

Die Partition $\{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1\}$ ist eine Verfeinerung der Partition $\{0, \frac{1}{2}, 1\}$.

○ wahr ○ falsch

Die Partition $\{0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1\}$ ist eine Verfeinerung der Partition $\{0, \frac{1}{2}, 1\}$.

○ wahr ○ falsch

Aufgabe 7

Seien P und Q Partitionen von $[0,1]$, wobei Q feiner sei als P, und sei $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}$ eine Funktion. Dann gilt $U(f,P) \leq U(f,Q)$.

◯ wahr ◯ falsch

Seien P und Q Partitionen von $[0,1]$, wobei Q feiner sei als P, und sei $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}$ eine Funktion. Dann gilt $U(f,Q) \leq U(f,P)$.

◯ wahr ◯ falsch

Seien P und Q Partitionen von $[0,1]$, wobei Q feiner sei als P, und sei $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}$ eine Funktion. Dann gilt $U(f,Q) \leq O(f,P)$.

◯ wahr ◯ falsch

Seien P und Q Partitionen von $[0,1]$, wobei Q feiner sei als P, und sei $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}$ eine Funktion. Dann gilt $U(f,P) \leq O(f,Q)$.

◯ wahr ◯ falsch

Aufgabe 8

Sei $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 12 & \text{für } x \leq \frac{1}{3} \\ -3 & \text{für } x > \frac{1}{3} \end{cases}$. Dann gilt:

$\int_0^1 f(x)dx =$ ☐

Sei $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 15 & \text{für } x \leq \frac{1}{3} \\ -3 & \text{für } x > \frac{1}{3} \end{cases}$. Dann gilt:

$\int_0^1 f(x)dx =$ ☐

Sei $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 18 & \text{für } x \leq \frac{1}{3} \\ -3 & \text{für } x > \frac{1}{3} \end{cases}$. Dann gilt:

$\int_0^1 f(x)dx =$ ☐

Sei $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 21 & \text{für } x \leq \frac{1}{3} \\ -3 & \text{für } x > \frac{1}{3} \end{cases}$. Dann gilt:

$\int_0^1 f(x)dx =$ ☐

Aufgabe 9

Sei $f\colon [0,2] \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{für } x \in \mathbb{Q} \\ 3 & \text{für } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$. Dann gilt $U(f) =$ ☐

Sei $f\colon [0,3] \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{für } x \in \mathbb{Q} \\ 3 & \text{für } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$. Dann gilt $U(f) =$ ☐

Sei $f\colon [0,2] \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 3x+3 & \text{für } x \in \mathbb{Q} \\ 3 & \text{für } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$. Dann gilt $U(f) =$ ☐

Sei $f\colon [0,2] \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 2x+2 & \text{für } x \in \mathbb{Q} \\ 2 & \text{für } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$. Dann gilt $U(f) =$ ☐

Aufgabe 10

Sei $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}$ eine integrierbare Funktion und sei $g\colon [0,1] \to \mathbb{R}$ eine konstante Funktion. Dann gilt:

$$\int_0^1 f(x) \cdot g(x) dx = \left(\int_0^1 f(x) dx \right) \cdot \left(\int_0^1 g(x) dx \right)$$

○ wahr ○ falsch

Seien $f, g\colon [0,1] \to \mathbb{R}$ integrierbare Funktionen. Dann gilt:

$$\int_0^1 f(x) \cdot g(x) dx = \left(\int_0^1 f(x) dx \right) \cdot \left(\int_0^1 g(x) dx \right)$$

○ wahr ○ falsch

Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine lineare Funktion und sei $g\colon [0,1] \to \mathbb{R}$ eine integrierbare Funktion. Dann gilt:

$$\int_0^1 f(g(x)) dx = f\left(\int_0^1 g(x) dx \right)$$

○ wahr ○ falsch

Seien $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ integrierbare Funktionen. Dann gilt:

$$\int_0^1 f(g(x)) dx = f\left(\int_0^1 g(x) dx \right)$$

○ wahr ○ falsch