Aufgabe 1

Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^2$ ist dehnungsbeschränkt.

◯ wahr ◯ falsch

Die Funktion $f : [1, 2] \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^2$ ist dehnungsbeschränkt.

◯ wahr ◯ falsch

Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = |x|$ ist dehnungsbeschränkt.

◯ wahr ◯ falsch

Die Funktion $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \sqrt{x}$ ist dehnungsbeschränkt.

◯ wahr ◯ falsch

Aufgabe 2

Die Selbstabbildung $f : [0, 1] \to [0, 1]$ mit $f(x) = x^3$ ist kontrahierend.

◯ wahr ◯ falsch

Die Selbstabbildung $f : [0, 1] \to [0, 1]$ mit $f(x) = \frac{x^3}{2}$ ist kontrahierend.

◯ wahr ◯ falsch

Die Selbstabbildung $f : [0, 1] \to [0, 1]$ mit $f(x) = \frac{x^3}{6}$ ist kontrahierend.

◯ wahr ◯ falsch

Die Selbstabbildung $f : [0, 1] \to [0, 1]$ mit $f(x) = \frac{x^3+3}{6}$ ist kontrahierend.

◯ wahr ◯ falsch

Aufgabe 3

Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ streng monoton wachsend. Dann ist f stetig.

◯ wahr ◯ falsch

Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ streng monoton wachsend. Dann ist f injektiv.

◯ wahr ◯ falsch

Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ mit $f(a) < f(b)$ stetig und injektiv. Dann ist f streng monoton wachsend.

◯ wahr ◯ falsch

Sei $f : [a, b] \to [a, b]$ stetig und streng monoton wachsend. Dann ist f bijektiv.

◯ wahr ◯ falsch

Aufgabe 4

Es existiert eine stetige Funktion $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ mit $f([0, 1]) = (0, 1)$.

◯ wahr ◯ falsch

Es existiert eine stetige Funktion $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ mit $f([0, 1]) = \mathbb{R}$.

◯ wahr ◯ falsch

Es existiert eine stetige Funktion $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ mit $f([0, 1]) = [1, 11]$.

◯ wahr ◯ falsch

Es existiert eine stetige Funktion $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ mit $f([0, 1]) = [0, 1] \cup [2, 3]$.

◯ wahr ◯ falsch

Aufgabe 5

Sei $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit $f(x) = 0$, falls x rational ist. Dann gilt $f(x) = 0$ für alle $x \in [a,b]$.

○ wahr ○ falsch

Sei $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit $f(x) = 0$, falls x irrational ist. Dann gilt $f(x) = 0$ für alle $x \in [a,b]$.

○ wahr ○ falsch

Sei $f : [1,2] \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit $f(x) = 0$, falls x rational ist. Dann hat f einen Fixpunkt.

○ wahr ○ falsch

Sei $f : [a,b] \to [a,b]$ eine stetige Funktion mit $f(x) = 0$, falls x irrational ist. Dann ist f kontrahierend.

○ wahr ○ falsch

Aufgabe 6

Es gilt: $\frac{1}{3} \in \overline{[0,1]}$.

○ wahr ○ falsch

Es gilt: $\frac{1}{2} \in \overline{[0,\frac{1}{3}] \cup [\frac{2}{3},1]}$.

○ wahr ○ falsch

Es gilt: $1 \in \overline{(0,1)}$.

○ wahr ○ falsch

Es gilt: $\frac{1}{3} \in \overline{[0,\frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3},1]}$.

○ wahr ○ falsch

Aufgabe 7

Es gilt: $\{\xi | \xi \in \overline{\mathbb{Q}}\} = \mathbb{R}$.

◯ wahr ◯ falsch

Es gilt: $\{\xi | \xi \in \overline{\mathbb{N}}\} = \mathbb{R}$.

◯ wahr ◯ falsch

Es gilt: $\{\xi | \xi \in \overline{\mathbb{N}}\} = \mathbb{N}$.

◯ wahr ◯ falsch

Es gilt: $\{\xi | \xi \in \overline{\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}}\} = \mathbb{R}$.

◯ wahr ◯ falsch

Aufgabe 8

Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -2 \\ 5 & \text{für } x \geq -2. \end{cases}$ Dann gilt:

$\lim\limits_{x \to (-2)-} f(x) = \square$

existiert nicht $\square$

Tragen Sie entweder den Grenzwert ein oder kreuzen Sie “existiert nicht” an, wenn dieser nicht existiert.

Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = |x|$. Dann gilt:

$\lim\limits_{x \to 0-} f(x) = \square$

existiert nicht $\square$

Tragen Sie entweder den Grenzwert ein oder kreuzen Sie “existiert nicht” an, wenn dieser nicht existiert.

Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{für } x \notin \mathbb{Q}. \end{cases}$ Dann gilt:

$\lim\limits_{x \to 1+} f(x) = \square$

existiert nicht $\square$

Tragen Sie entweder den Grenzwert ein oder kreuzen Sie “existiert nicht” an, wenn dieser nicht existiert.

Sei $f\colon \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$. Dann gilt:

$\lim\limits_{x \to (-1)+} f(x) =$ ☐
existiert nicht ☐

Tragen Sie entweder den Grenzwert ein oder kreuzen Sie “existiert nicht” an, wenn dieser nicht existiert.

Aufgabe 9

Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = 5$ für alle x. Dann gilt: $f'(2) =$ ☐
existiert nicht ☐

Tragen Sie entweder den Wert der Ableitung ein oder kreuzen Sie „existiert nicht“ an, wenn die Ableitung an dieser Stelle nicht existiert.

Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = -2$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Dann gilt: $f'(2) =$ ☐
existiert nicht ☐

Tragen Sie entweder den Wert der Ableitung ein oder kreuzen Sie „existiert nicht“ an, wenn die Ableitung an dieser Stelle nicht existiert.

Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{für } x \leq 2 \\ 5 & \text{für } x > 2. \end{cases}$ Dann gilt: $f'(2) =$ ☐
existiert nicht ☐

Tragen Sie entweder den Wert der Ableitung ein oder kreuzen Sie „existiert nicht“ an, wenn die Ableitung an dieser Stelle nicht existiert.

Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{für } x \leq 2 \\ 5 & \text{für } x > 2. \end{cases}$ Dann gilt: $f'(5) =$ ☐
existiert nicht ☐

Tragen Sie entweder den Wert der Ableitung ein oder kreuzen Sie „existiert nicht“ an, wenn die Ableitung an dieser Stelle nicht existiert.

Aufgabe 10

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = |x|$. Dann existiert die Ableitung $f'(0)$ und es gilt $f'(0) = \lim_{x\to 0+} \frac{|x|}{x}$.

◯ wahr ◯ falsch

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = |x|$. Dann existiert die Ableitung $f'(0)$ und es gilt $f'(0) = \lim_{x\to 0+} \frac{|x|}{x} = \lim_{x\to 0-} \frac{|x|}{x}$.

◯ wahr ◯ falsch

Seien $x, \xi \in \mathbb{R}$ mit $x \neq \xi$ und sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^2$. Dann ist $f'(x) = \frac{f(x)-f(\xi)}{x-\xi}$.

◯ immer wahr ◯ im Allgemeinen falsch.

Sei $g(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x-2} & \text{für } x \neq 2 \\ 12 & \text{für } x = 2. \end{cases}$ Dann ist g stetig in 2.

◯ wahr ◯ falsch
