Aufgabe 1

Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine reelle Zahlenfolge und $c \in \mathbb{R}$. Wenn es für alle $\varepsilon > 0$ nur endlich viele n gibt, sodass $|a_n - c| > \varepsilon$, dann ist c ein Häufungspunkt der Folge a_n.

◯ wahr ◯falsch

Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine reelle Zahlenfolge und $c \in \mathbb{R}$. Wenn es für alle $\varepsilon > 0$ nur endlich viele n gibt, sodass $|a_n - c| \geq \varepsilon$, dann ist die Folge a_n beschränkt.

◯ wahr ◯falsch

Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine reelle Zahlenfolge und $c \in \mathbb{R}$. Wenn es für alle $\varepsilon > 0$ nur endlich viele n gibt, sodass $|a_n - c| \geq \varepsilon$, dann konvergiert die Folge a_n gegen c.

◯ wahr ◯falsch

Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine reelle Zahlenfolge und $c \in \mathbb{R}$. Wenn es für alle $\varepsilon > 0$ nur endlich viele n gibt, sodass $|a_n - c| > \varepsilon$, dann konvergiert die Folge a_n gegen c.

◯ wahr ◯falsch

Aufgabe 2

Die reelle Zahlenfolge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n = \frac{n!}{2^n}$ ist konvergent.

◯ wahr ◯falsch

Die reelle Zahlenfolge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n = \frac{n!}{2^n}$ ist beschränkt.

◯ wahr ◯falsch

Die reelle Zahlenfolge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n = \frac{n!}{2^n}$ ist divergent.

◯ wahr ◯falsch

Die reelle Zahlenfolge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n = \frac{n!}{2^n}$ hat einen Grenzwert in $\mathbb{Q}$.

◯ wahr ◯falsch

Aufgabe 3

Gegeben ist die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \begin{cases} 2x^2 & , 0 < x \leq 1 \\ x+4 & , x > 1 \\ \frac{1}{\frac{1}{x}+1} & , x < 0 \\ 1 & , x = 0 \end{cases}$

Dann ist f genau an allen Punkten $x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$ stetig.

◯ wahr ◯falsch

Gegeben ist die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \begin{cases} 2x^2 & , 0 < x \leq 1 \\ x+4 & , x > 1 \\ \frac{1}{\frac{1}{x}+1} & , x < 0 \\ 1 & , x = 0 \end{cases}$

Dann ist f genau an allen Punkten $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ stetig.

◯ wahr ◯falsch

Gegeben ist die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \begin{cases} 2x^2 & , 0 < x \leq 1 \\ x+4 & , x > 1 \\ \frac{1}{\frac{1}{x}+1} & , x < 0 \\ 1 & , x = 0 \end{cases}$

Dann ist f genau an allen Punkten $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ stetig.

◯ wahr ◯falsch

Gegeben ist die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \begin{cases} 2x^2 & , 0 < x \leq 1 \\ x+4 & , x > 1 \\ \frac{1}{\frac{1}{x}+1} & , x < 0 \\ 1 & , x = 0 \end{cases}$

Dann gilt $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = f(0) = \frac{1}{2} \lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$.

◯ wahr ◯falsch

Aufgabe 4

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Funktion mit $f(x) = f(x+1)$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Dann ist f beschränkt.

◯ wahr ◯falsch

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit $f(x) = f(x+1)$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Dann ist f beschränkt.

◯ wahr ◯falsch

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit $f(x) = f(x+1)$ für alle $x \in \mathbb{Z}$. Dann ist f beschränkt.

◯ wahr ◯falsch

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion mit $f(x) = f(x+1)$. Dann gibt es unendlich viele verschiedene Werte $x \in \mathbb{R}$ mit $f'(x) = 0$.

◯ wahr ◯falsch

Aufgabe 5

Das Konvergenzintervall der Potenzreihe $\left(\sum_{k=0}^{n} (-1)^{k+1} \frac{(x-3)^k}{2^k}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ ist von der Form (a, b) mit $a, b \in \mathbb{R}$.

◯ wahr ◯falsch

Das Konvergenzintervall der Potenzreihe $\left(\sum_{k=0}^{n} (-1)^{k+1} \frac{(x-3)^k}{2^k}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ ist von der Form $[a, b]$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.

◯ wahr ◯falsch

Das Konvergenzintervall der Potenzreihe $\left(\sum_{k=0}^{n} (-1)^{k+1} \frac{(x-3)^k}{2^k}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ ist von der Form $[a, b)$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.

◯ wahr ◯falsch

Das Konvergenzintervall der Potenzreihe $\left(\sum_{k=0}^{n} (-1)^{k+1} \frac{(x-3)^k}{2^k}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ ist von der Form $(a, b]$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.

◯ wahr ◯falsch

Aufgabe 6

Sei $f\colon [0,\infty) \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x \in [2n, 2n+1) \text{ für } n \in \mathbb{N}_0 \\ -1 & \text{für } x \in [2n+1, 2n+2) \text{ für } n \in \mathbb{N}_0 \end{cases}$. Dann existiert das uneigentliche Integral $\int_0^\infty f(x)dx$.

○ wahr ○ falsch

Sei $f\colon [0,\infty) \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{n+1}$ für $x \in [n, n+1)$ und $n \in \mathbb{N}_0$. Dann existiert das uneigentliche Integral $\int_0^\infty f(x)dx$.

○ wahr ○ falsch

Sei $f\colon [0,\infty) \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} \frac{1}{n} & \text{für } x \in [2n, 2n+1) \text{ für } n \in \mathbb{N}_0 \\ -\frac{1}{n} & \text{für } x \in [2n+1, 2n+2) \text{ für } n \in \mathbb{N}_0 \end{cases}$. Dann existiert das uneigentliche Integral $\int_0^\infty f(x)dx$.

○ wahr ○ falsch

Sei $f\colon [0,\infty) \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{(n+1)^2}$ für $x \in [n, n+1)$ und $n \in \mathbb{N}_0$. Dann existiert das uneigentliche Integral $\int_0^\infty f(x)dx$.

○ wahr ○ falsch

Aufgabe 7

Die Fläche zwischen den Funktionen $f\colon [2,5] \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 5x + 8$ und $g\colon [2,5] \to \mathbb{R}, g(x) = x - 2$ beträgt $\boxed{}$.

Die Fläche zwischen den Funktionen $f\colon [2,5] \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 5x + 8$ und $g\colon [2,5] \to \mathbb{R}, g(x) = x - 3$ beträgt $\boxed{}$.

Die Fläche zwischen den Funktionen $f\colon [2,5] \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 5x + 8$ und $g\colon [2,5] \to \mathbb{R}, g(x) = x - 4$ beträgt $\boxed{}$.

Die Fläche zwischen den Funktionen $f\colon [2,5] \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 5x + 8$ und $g\colon [2,5] \to \mathbb{R}, g(x) = x - 5$ beträgt $\boxed{}$.

Aufgabe 8

Sei $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ eine Abbildung. Für jedes $v \in \mathbb{R}^3$ sei die Abbildung $f_v\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_v(t) = f(tv)$ differenzierbar in 0. Dann ist f (total) differenzierbar in $(0,0,0)$.

○ wahr ○ falsch

Für $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ seien die Abbildungen $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto f((x,0))$ und $h\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, y \mapsto f((0,y))$ differenzierbar in 0. Dann ist auch f (total) differenzierbar in $(0,0)$.

○ wahr ○ falsch

Sei $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ eine Abbildung. Für jedes $v \in \mathbb{R}^2$ sei die Abbildung $f_v\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_v(t) = f(tv)$ differenzierbar in 0. Dann ist f (total) differenzierbar in $(0,0)$.

○ wahr ○ falsch

Für $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ seien die Abbildungen $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto f((x,0,0))$, $h\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, y \mapsto f((0,y,0))$, und $\ell\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, z \mapsto f((0,0,z))$ differenzierbar in 0. Dann ist auch f (total) differenzierbar in $(0,0,0)$.

○ wahr ○ falsch

Aufgabe 9

Sei $y' = 2y$ mit $y(\ln(2)) = 16$. Dann ist $y(0) = \boxed{}$.

Sei $y' = 2y$ mit $y(\ln(3)) = 18$. Dann ist $y(0) = \boxed{}$.

Sei $y' = 2y$ mit $y(\ln(4)) = 16$. Dann ist $y(0) = \boxed{}$.

Sei $y' = 3y$ mit $y(\ln(2)) = 16$. Dann ist $y(0) = \boxed{}$.

Aufgabe 10

Sei $f\colon \mathbb{R}\times\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x,y)=e^x y^2$. Dann genügt f lokal einer Lipschitzbedingung.

◯ wahr ◯ falsch

Sei $f\colon \mathbb{R}\times\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x,y)=e^x y^2$. Dann genügt f einer Lipschitzbedingung.

◯ wahr ◯ falsch

Sei $f\colon \mathbb{R}\times\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x,y)=x^3|y|$. Dann genügt f lokal einer Lipschitzbedingung.

◯ wahr ◯ falsch

Sei $f\colon \mathbb{R}\times\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x,y)=x^3|y|$. Dann genügt f einer Lipschitzbedingung.

◯ wahr ◯ falsch