
Gruppenübung 12

Aufgabe 46

Bestimmen Sie jeweils alle Lösungen folgender Differentialgleichungen und setzen Sie die gefundenen Lösungen anschließend zur Probe ein.

- (a) $y' = 24x$.
- (b) $y' = x^2$.
- (c) $y' = e^x y^2$.

Aufgabe 47

- (a) Bestimmen Sie alle Lösungen folgender Anfangswertprobleme:
 - (i) $yy' = -x$ und $y(1) = 1$.
 - (ii) $y' = e^y \sin(x)$ und $y(0) = 0$.
- (b) Zeigen Sie, dass das Anfangswertproblem $y' = 2\sqrt{|y|}$ mit $y(0) = 0$ unendlich viele verschiedene auf ganz \mathbb{R} definierte Lösungen besitzt. Wieso widerspricht dies nicht dem Eindeutigkeitssatz 9.4 aus der Vorlesung?

Aufgabe 48

- (a) Sei $P(x) := \sum_{k=0}^n a_k x^k \neq 0$ ein Polynom mit reellen Koeffizienten a_k und $\mu \in \mathbb{R}$ keine Nullstelle von P . Wir definieren die Funktion $q(x) := b \cdot e^{\mu x}$, wobei $b \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass die Funktion $\phi(x) = \frac{b}{P(\mu)} e^{\mu x}$ eine Lösung der Differentialgleichung $\sum_{k=0}^n a_k y^{(k)} = q$ ist.
- (b) Bestimmen Sie mit Teil (a) die Lösungsmenge der folgenden Differentialgleichungen:
 - (i) $y^{(3)} - y' = 0$.
 - (ii) $y^{(3)} - y' = e^{2x}$.
 - (iii) $y^{(3)} - y' = e^{2x} + e^{3x}$.

Aufgabe 49

Lösen Sie das folgende System von drei linearen Differentialgleichungen erster Ordnung.

$$\begin{aligned}y_1' &= -y_1 + y_2 + e^{2x} \\y_2' &= 2y_1 + 2y_2 - 2y_3 \\y_3' &= 2y_1 + 3y_2 - 3y_3 + e^{3x}\end{aligned}$$

Scheinklausur am 18.7.2015 um 13 Uhr, Dauer 90 Minuten

Die Raumaufteilung für die Klausur ist nach Übungsgruppen gestaffelt:

In V53.01 sind die Gruppen 1, 2, 3, 4, 5 und 6.

In V47.01 sind die Gruppen 7, 8, 9, 10 und 11.

In V47.02 sind die Gruppen 12, 13 und 14.

In V47.03 sind die Gruppen 15 und 16.

Die Räume sind ab 12:15 Uhr geöffnet. Seien Sie bitte pünktlich um 13 Uhr auf Ihrem Platz im Hörsaal. Jacken und Taschen gehören auf den Boden. Ihren Studentenausweis, eigenes Papier für Notizen, Stifte und eventuell Essen und Trinken legen Sie bitte vor Beginn der Klausur auf den Tisch.

Im Hörsaal wird jede 2. Reihe frei gelassen; zwischen je zwei Studenten bleiben 2 Plätze frei. Zu besetzende Reihen werden durch einen heruntergeklappten Tisch am Rand markiert.

Zugelassene Hilfsmittel: 2 handbeschriebene DIN A4 Seiten.

Nicht erlaubt sind Taschenrechner, Handys, Laptops etc.

Diese Regeln stehen auch auf der Webseite, auf der es nun auch eine Abfragemöglichkeit für den Raum der Scheinklausur gibt.

Die Klausur wird am 23.7.2015 um 14:00 Uhr in V47.01 besprochen.