

Schriftliche Aufgaben

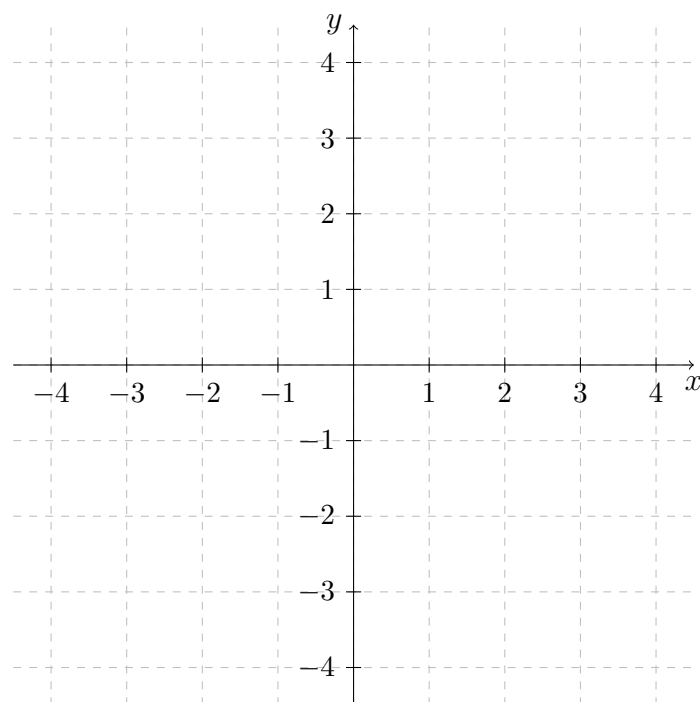
Name:

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \begin{cases} -x & \text{für } x < 0 \\ x & \text{für } 0 \leq x < 2 \\ 4 - 2x & \text{für } x \geq 2 \end{cases}$$

a) Skizziere den Graphen von f .



b) Nun betrachten wir f auf Teilmengen von \mathbb{R} . Kreuze in der Tabelle an, welche der Aussagen wahr ist.

Funktion	ist streng monoton wachsend	ist streng monoton fallend	ist keines von beiden
$f_1 : (-\infty, 0) \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(x)$			
$f_2 : (-\infty, 2) \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(x)$			
$f_3 : [0, 2) \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(x)$			
$f_4 : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(x)$			
$f_5 : [2, \infty) \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(x)$			

Weiter auf Seite 2

Aufgabe 2

Kreuze jeweils an, ob die Aussage wahr oder falsch ist.

Aussage	w	f
Eine Funktion ist injektiv, wenn sie streng monoton fallend ist.		
Eine surjektive Funktion, die streng monoton fallend ist, besitzt eine Umkehrfunktion.		
Es gibt eine streng monoton wachsende und bijektive Funktion, deren Umkehrfunktion nicht streng monoton wachsend ist.		
Ist eine Funktion streng monoton fallend, so existiert ihre Umkehrfunktion.		
Stückweise definierte Funktionen können niemals bijektiv sein.		
Die Umkehrfunktion einer streng monoton wachsenden und surjektiven Funktion ist ebenfalls streng monoton wachsend.		
Eine Funktion $f : D \rightarrow Z$ ist streng monoton fallend, wenn für alle $x, x' \in D$ mit $x > x'$ gilt: $f(x) < f(x')$.		
Eine Funktion $f : D \rightarrow Z$ ist streng monoton fallend, wenn für alle $x, x' \in D$ mit $x > x'$ gilt: $f(x) > f(x')$.		

Aufgabe 3

Gegeben ist die bijektive Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \begin{cases} x - 1 & \text{für } x \leq 1 \\ 2x - 2 & \text{für } x > 1 \end{cases}$$

- a) Bestimme die Umkehrfunktion f^{-1} durch Auflösen der Gleichung $y = f(x)$ nach x . Unterscheide die Fälle $y > 0$ und $y \leq 0$.

$$f^{-1}(y) = \begin{cases} \boxed{} & \text{für } y \leq 0 \\ \boxed{} & \text{für } y > 0 \end{cases}$$

- b) Skizziere die Graphen $y = f(x)$ (blau) und $y = f^{-1}(x)$ (grün).

- c) Ergänze die Lücken im Text:

Die Funktion f ist streng monoton .

Die Funktion f^{-1} ist streng monoton .

