

Untergruppen

Aufgabe 5

Sei G_{Dreieck} die Symmetriegruppe eines gleichseitigen Dreiecks, G_{Sechseck} die Symmetriegruppe eines regelmäßigen Sechsecks und G eine beliebige Gruppe.

Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch? Begründe Deine Antwort!

Hinweis: Zum Nachweis der Abgeschlossenheit ist es bei endlichen Gruppen sinnvoll, die Verknüpfungstabelle der Untergruppe aufzustellen.

a) $U_1 := \{D_0, S_1\} \leq G_{\text{Dreieck}}$

b) $U_2 := \{D_0, D_{180}\} \leq G_{\text{Dreieck}}$

c) $U_3 := \{D_0, D_{120}, D_{240}\} \leq G_{\text{Dreieck}}$

d) $U_4 := \{D_0, S_1, S_2, S_3\} \leq G_{\text{Dreieck}}$

e) $U_5 := \{D_0, D_{120}, D_{180}, D_{240}\} \leq G_{\text{Sechseck}}$

f) $U_6 := \{D_0, D_{180}\} \leq G_{\text{Sechseck}}$

g) $U_7 := \{D_0, S_2, D_{180}\} \leq G_{\text{Sechseck}}$

h) $U_8 := \{D_0, S_1, S_6, D_{180}\} \leq G_{\text{Sechseck}}$

i) $U_9 := \{\dots, -40, -30, -20, -10, 0, 10, 20, 30, 40, \dots\} \leq \{\dots, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots\}$
(bezüglich Addition)

j) $U_{10} := \{\dots, -5, -3, -1, 0, 1, 3, 5, \dots\} \leq \mathbb{Z}$ (Verknüpfung: Addition)

k) $U_{11} := \{x \in \mathbb{Q} \text{ mit } x > 0\} \leq \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ (Verknüpfung: Multiplikation)