

## Restklassen und Gruppeneigenschaften

### Aufgabe 2

Fülle die Verknüpfungstabelle für  $(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}, +)$  aus:

+	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]
[0]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]
[1]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]
[2]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]
[3]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]
[4]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]
[5]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]
[6]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]
[7]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]

Welche Gruppeneigenschaften kann man an der Verknüpfungstabelle direkt ablesen?

### Aufgabe 3

Durch  $[a] \cdot [b] := [a \cdot b]$  wird in  $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$  eine Multiplikation definiert.

*Hinweis:* Damit die Verknüpfung sinnvoll definiert ist, muss man folgendes nachweisen: Multipliziert man ein beliebiges Element aus  $[a]$  mit einem beliebigen Element aus  $[b]$ , so liegen alle derartig gebildeten Produkte in der selben Restklasse. Wir lassen den Beweis weg, er funktioniert genau so wie der entsprechende Beweis für die Summe von Restklassen.

a) Fülle die Verknüpfungstabelle für  $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, \cdot)$  aus:

$\cdot$	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
[0]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]
[1]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]
[2]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]
[3]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]
[4]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]
[5]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]

b) Welches Element ist das neutrale Element in  $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, \cdot)$ ?

c) Warum ist  $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, \cdot)$  keine Gruppe?

d) Nun wird das Element  $[0]$  aus  $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$  entfernt, betrachte  $G := (\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}) \setminus \{[0]\}$ . Welche Gruppeneigenschaften sind in  $(G, \cdot)$  erfüllt, welche nicht?