

Beweis des Satzes von Lagrange

Betrachte die Gruppe $(\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}, +)$ mit der Addition von Restklassen als Verknüpfung und die Untergruppe $U = \{[0], [4], [8]\}$.

Zu zeigen ist: $|U| = 3$ ist ein Teiler von $|\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}|$.

Beweis: Bestimme

$$[0] + U = \{[0] + [0], [0] + [4], [0] + [8]\} = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$[1] + U = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$[2] + U = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$[3] + U = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$[4] + U = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$[5] + U =$$

$$[6] + U =$$

⋮

$$[11] + U = \{ \quad \quad \quad \}$$

Dies sind $\quad \quad \quad$ verschiedene Mengen mit leerem Schnitt.

Alle diese Mengen haben $\quad \quad \quad$ Elemente

Die Vereinigung dieser Mengen ergibt

\Rightarrow

\Rightarrow