

Arbeitsblatt 3: Ordnung einer Zahl berechnen

Aufgabe 4

- a) Welchen Wert kann $\text{ord}_{13}(a)$ nach dem letzten Satz annehmen? Gib alle möglichen Werte an.
- b) Markiere in der unten stehenden Tabelle die Einträge der Zahl 1, die jeweils für die Ordnung $\text{ord}_{13}(a)$ ausschlaggebend sind.
- c) Überprüfe in der Tabelle, ob es zu jedem nach dem letzten Satz möglichen Wert von $\text{ord}_{13}(a)$ eine Zahl a gibt, für die $\text{ord}_{13}(a)$ diesen Wert annimmt. Gib für jeden möglichen Wert von $\text{ord}_{13}(a)$ ein Beispiel a an.

$k =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
$1^k \equiv$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	mod 13
$2^k \equiv$	2	4	8	3	6	12	11	9	5	10	7	1	2	mod 13
$3^k \equiv$	3	9	1	3	9	1	3	9	1	3	9	1	3	mod 13
$4^k \equiv$	4	3	12	9	10	1	4	3	12	9	10	1	4	mod 13
$5^k \equiv$	5	12	8	1	5	12	8	1	5	12	8	1	5	mod 13
$6^k \equiv$	6	10	8	9	2	12	7	3	5	4	11	1	6	mod 13
$7^k \equiv$	7	10	5	9	11	12	6	3	8	4	2	1	7	mod 13
$8^k \equiv$	8	12	5	1	8	12	5	1	8	12	5	1	8	mod 13
$9^k \equiv$	9	3	1	9	3	1	9	3	1	9	3	1	9	mod 13
$10^k \equiv$	10	9	12	3	4	1	10	9	12	3	4	1	9	mod 13
$11^k \equiv$	11	4	5	3	7	12	2	9	8	10	6	1	11	mod 13
$12^k \equiv$	12	1	12	1	12	1	12	1	12	1	12	1	12	mod 13

Aufgabe 5

- a) Berechne folgende Ordnungszahlen:
- a₁**) $\text{ord}_{19}(7)$,
- a₂**) $\text{ord}_{41}(10)$.
- b) (schwierig!) Bestimme jeweils für die angegebene Primzahl $\text{ord}_p(10)$. Geh dazu folgendermaßen vor: Erstelle zunächst eine Liste aller Teiler von $p-1$. Es genügt, nur für die Teiler k von $p-1$ zu untersuchen, ob $10^k \equiv 1 \pmod p$ gilt.
- b₁**) $p = 17$,
- b₂**) $p = 23$.

Hinweis: In manchen Rechnungen ist es geschickt, auch negative Zahlen zu verwenden, z.B. $64 \equiv -5 \pmod{23}$.