# Arbeitsblatt 1: Wiederholung

Erinnerung: $a \equiv b \mod m$ ($a$ kongruent zu $b$ modulo $m$)
bedeutet: $a - b$ ist durch $m$ teilbar.
Äquivalent dazu: $a = b + km$ für ein geeignetes $k \in \mathbb{Z}$.

Rechenregeln: **1)** Aus $a \equiv b \mod m$ und $c \equiv d \mod m$ folgt

**a)** $-a \equiv -b$ mod $m$
**b)** $a + c \equiv b + d$ mod $m$
**c)** $ac \equiv bd$ mod $m$
**d)** $a^2 \equiv b^2$ mod $m$, $a^3 \equiv b^3$ mod $m$, $\ldots$

**2)** Aus $a \equiv b \mod m$ und $b \equiv c \mod m$ folgt $a \equiv c \mod m$.

Kleiner Fermatscher Satz:
Ist $p$ prim, $a \in \mathbb{N}$ und $a$ kein Vielfaches von $p$, so gilt $\boldsymbol{a^{p-1} \equiv 1 \mod p}$.

### Aufgabe 1

**a)** Bestimme (möglichst alle) ganzzahligen Lösungen $x$ der Gleichungen.

**a₁)** $5 \cdot x \equiv 0 \mod 7$,

**a₂)** $5 \cdot x \equiv 1 \mod 7$.

**b)** **b₁)** Trage in die Tabelle natürliche Zahlen zwischen $0$ und $6$ ein.

| $n =$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n^2 \equiv$ | | | | | | | | | | | $\mod 7$ |
| $n^3 \equiv$ | | | | | | | | | | | $\mod 7$ |

**b₂)** Bestimme alle ganzzahligen Lösungen $x$ der Gleichung $x^2 \equiv 1 \mod 7$,

**b₃)** Bestimme alle ganzzahligen Lösungen $x$ der Gleichung $x^3 \equiv 1 \mod 7$.

**b₄)** Gib mindestens ein $a \in \mathbb{N}$ an, für das die Gleichung $x^2 \equiv a \mod 7$ keine ganzzahlige Lösung $x$ besitzt.

**c)** Gib (ohne Rechnung) unendlich viele Lösungen $x \in \mathbb{N}$ der Gleichung $5^x \equiv 1 \mod 59$ an.

### Aufgabe 2

Bestimme jeweils für die angegebene Zahl eine Darstellung als gekürzter Bruch.

**a)** $x_1 = 0{,}\overline{03}$,

**b)** $x_2 = 0{,}\overline{0011}$,

**c)** $x_3 = 0{,}1\overline{27}$.