

Schriftliche Aufgaben

Name:

Aufgabe 1

Welche der folgenden Aussagen ist wahr, welche falsch? Trage „w“ für wahr bzw. „f“ für falsch ein. Ist eine Aussage falsch, so gib ein Gegenbeispiel an.

	w/f	Gegenbeispiel
Ist $n = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot p_5$ mit verschiedenen Primzahlen p_1, \dots, p_5 , dann besitzt n genau 32 verschiedene Teiler.		
Seien $a, b \in \mathbb{N}$, $q, r \in \mathbb{N}_0$ mit $a = q \cdot b + r$. Dann sind q und r eindeutig.		
Seien $a, b \in \mathbb{N}$, $q, r \in \mathbb{N}_0$ mit $a = q \cdot b + r$ und $0 \leq r < b$. Dann sind q und r eindeutig.		
Seien a und b zwei verschiedene Primzahlen. Dann gilt $\text{ggT}(a, b) = 1$.		
Wenn $\text{ggT}(a, b) = 1$, dann sind a und b Primzahlen.		
Wenn $\text{ggT}(a, b) = 1$, dann ist a oder b prim.		
Sei $x \in \mathbb{N}$ eine Lösung von $16 \cdot x \equiv 1 \pmod{7}$. Dann ist $y = 2 \cdot x$ eine Lösung von $16 \cdot y \equiv 2 \pmod{7}$.		
Sei $x \in \mathbb{N}$ eine Lösung von $16 \cdot x \equiv 1 \pmod{7}$. Dann ist $y = x + 1$ eine Lösung von $16 \cdot y \equiv 2 \pmod{7}$.		

Aufgabe 2

Bestimme mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus $\text{ggT}(468, 894)$.

Euklidischer Algorithmus:

$$\Rightarrow \text{ggT}(468, 894) =$$

Aufgabe 3

Berechne mit Hilfe des erweiterten Euklidischen Algorithmus eine Lösung $x \in \mathbb{Z}$ der Gleichung

$$225 \cdot x \equiv 3 \pmod{442}.$$

Erweiterter Euklidischer Algorithmus:

$$\Rightarrow 225 \cdot \boxed{} \equiv 1 \pmod{442}$$

$$\Rightarrow x = \boxed{} \text{ ist eine Lösung.}$$

Aufgabe 4

Seien $a, b, c \in \mathbb{N}$ mit $\text{ggT}(a, b) = \text{ggT}(a, c)$.

- a) Beweise, dass $\text{ggT}(a, b + c) \geq \text{ggT}(a, b)$ gilt,

Antwort:

- b) Gib ein Beispiel an, so dass $\text{ggT}(a, b + c) > \text{ggT}(a, b)$ gilt.

a	b	c	$\text{ggT}(a, b) = \text{ggT}(a, c)$	$\text{ggT}(a, b + c)$

Aufgabe 5

Seien $a, b \in \mathbb{N}$ mit $a \neq b$ und $\text{ggT}(a, b) = 1$. Dann heißen a, b *teilerfremd*. Beweise oder widerlege die Aussage: „Sind a, b teilerfremd und b, c teilerfremd, dann sind auch a, c teilerfremd.“

Antwort: