

Gleichungen 3. Ordnung

Aufgabe 5

Bestimme jeweils alle Lösungen der Gleichung $x^3 + px + q = 0$ für den angegebenen Spezialfall.

- a) $p = 0$ und $q \leq 0$,
- b) $p = 0$ und $q > 0$,
- c) $p \neq 0$ und $q = 0$.

Aufgabe 6

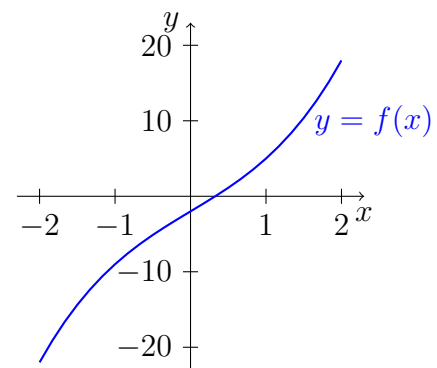
Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(x) = x^3 + 6x - 2 \quad \text{für } x \in \mathbb{R}.$$

Der Graph der Funktion f ist rechts skizziert. Die einzige Nullstelle der Funktion f soll exakt bestimmt werden, d.h. die Lösung der Gleichung

$$x^3 + 6x - 2 = 0. \quad (1)$$

Zur Berechnung der Nullstelle wird die Substitutionsmethode angewandt.



- a) Gib p , q und die Diskriminante D an.
- b) Gib die Substitution an, die für die Durchführung unserer Methode verwendet wird.
- c) Welche Gleichung der Ordnung 6 ergibt sich für y ?
- d) Setze $z = y^3$ und gib die quadratische Gleichung an, die z erfüllen muss, damit y Lösung der vorigen Gleichung ist.
- e) Bestimme alle Lösungen z der quadratischen Gleichung.
- f) Welche Lösungen y der Gleichung aus c) ergeben sich hieraus?
- g) Rücksubstitution: Bestimme die Lösung x der Gleichung (1). Überprüfe, ob beide y -Werte aus der letzten Teilaufgabe den selben Wert für x ergeben.

Weiter auf Seite 2

Zusatzaufgabe 1

Gegeben ist die Gleichung

$$x^3 - 12x + 16 = 0. \quad (1)$$

Nun soll die Substitutionsmethode zur Bestimmung der Lösungen angewandt werden.

- a) Gib p und q und die Diskriminante D an.
- b) Gib die Substitution an, die für die Durchführung unserer Methode verwendet wird.
- c) Welche Gleichung der Ordnung 6 ergibt sich für y ?
- d) Substituiere $z = y^3$ und gib die quadratische Gleichung an, die z erfüllen muss, damit y Lösung der vorigen Gleichung ist.
- e) Bestimme alle Lösungen z der letzten Gleichung.
- f) Rücksubstitution I: Welche Lösung y der Gleichung aus Teil d) ergeben sich hieraus?
- g) Rücksubstitution II: Bestimme die Lösung x der Gleichung (1).
- h) Spalte die gefundene Nullstelle ab und bestimme alle Lösungen von (1).