

Quadratische Ergänzung

Aufgabe 3

Untersuche mit Hilfe von quadratischer Ergänzung, ob die angegebene Gleichung Lösungen besitzt und bestimme gegebenenfalls alle Lösungen. Keine Lösungsformel verwenden!

a) $x^2 + 8x - 9 = 0$,

b) $x^2 - 2x + 2 = 0$,

c) $x^2 - 6x + 9 = 0$.

Aufgabe 4

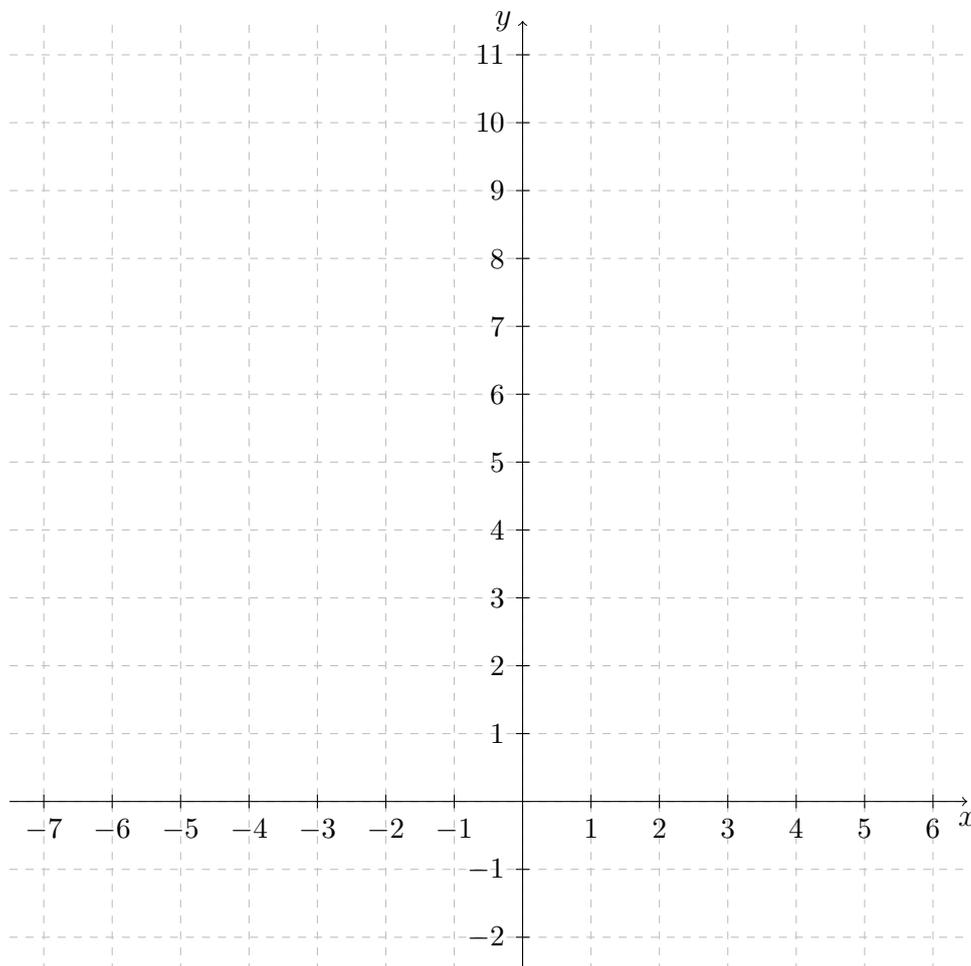
Die Gleichung $y = a(x - b)^2 + c$ einer Parabel heißt **Scheitelpunktform**. Man kann den Scheitel $S(b | c)$ direkt ablesen. Bringe die folgenden Parabelgleichungen durch quadratische Ergänzung auf Scheitelpunktform und skizziere jeweils den Graphen.

a) $y = x^2 + 6x + 10$,

b) $y = 2x^2 - 12x + 18$,

Hinweis: Zuerst 2 ausklammern, dann quadratisch ergänzen.

c) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$.



Zusatzaufgabe 1

Untersuche mit Hilfe von quadratischer Ergänzung, ob die angegebene Gleichung Lösungen besitzt und bestimme gegebenenfalls alle Lösungen. Keine Lösungsformel verwenden!

a) $4x^2 + 5x + 1 = 0,$

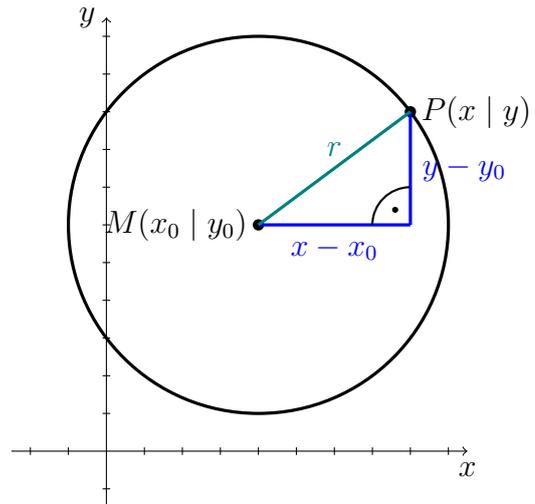
b) $x^4 - 6x^2 + 5 = 0.$

Zusatzaufgabe 2

Ein Kreis um $(x_0 | y_0)$ mit Radius $r > 0$ besteht aus allen Punkten, die vom Mittelpunkt $(x_0 | y_0)$ den Abstand r haben. In der Skizze rechts siehst Du mit Hilfe des Satzes von Pythagoras, dass ein Punkt $(x | y)$ genau dann auf dem Kreis liegt, wenn seine Koordinaten x, y die Gleichung

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

erfüllen.



Bestimme durch quadratisches Ergänzen für die angegebenen Kreise Mittelpunkt und Radius.

a) $x^2 - 6x + y^2 + 8y = -9,$

b) $x^2 + y^2 + 6x - 2y = 15.$