

Gleichungen vierter Ordnung

Aufgabe 3

Gegeben ist die Gleichung vierter Ordnung

$$x^4 - 10x^2 + 4x + 8 = 0 \quad (*)$$

- a) Die Gleichung besitzt die Form $x^4 + px^2 + qx + r = 0$. Gib die Werte von p, q, r an. Beachte die Vorzeichen!
- b) Die zugehörige Resolventengleichung erhält man, indem man die Werte aus Teil a) für die Koeffizienten der Gleichung

$$t^3 + 2pt^2 + (p^2 - 4r)t - q^2 = 0$$

einsetzt. Gib die Resolventengleichung an.

- c) Weise nach, dass $t = 4$ Lösung der Resolventengleichung ist.
- d) Forme die Gleichung (*) um, so dass links die Terme mit x^4 und x^2 stehen und alle anderen Terme auf der rechten Seite der Gleichung. Addiere schließlich auf beiden Seite tx^2 , wobei t den Wert bezeichnet, der in Teil c) bestimmt wurde. Gib die resultierende Gleichung an.
- e) Addiere nun auf beiden Seiten der in d) bestimmten Gleichung eine geeignete Zahl, so dass auf der linken Seite ein vollständiges Quadrat entsteht. Auf der rechten Seite steht dann ebenfalls ein vollständiges Quadrat, was nicht ganz leicht zu erkennen ist.
- f) Ziehe nun auf beiden Seiten die Wurzel und bestimme alle Lösungen von (*).

Aufgabe 4

Gegeben ist die Gleichung

$$x^4 - x^2 + 6x - 2 = 0,$$

Gib die Resolventengleichung an und rate eine Lösung der Resolventengleichung. Bestimme dann alle Lösungen der angegebenen Gleichung vierter Ordnung.

Aufgabe 5

Gegeben ist die Gleichung

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 12x + 2 = 0. \quad (*)$$

- a) Transformiere die Gleichung mittels der Substitution $x = y - 2$ auf die Form

$$y^4 + py^2 + qy + r = 0. \quad (**)$$

- b) Stelle dann die Resolventengleichung zur Gleichung (**) auf und rate eine Lösung der Resolventengleichung.
Hinweis zur Kontrolle: $t = 2$.
- c) Bestimme damit alle Lösungen der Gleichung (**),
- d) Gib alle Lösungen von (*) an.