

Schriftliche Aufgaben

Name:

Aufgabe 1

Welche der folgenden Aussagen ist wahr? Trage „w“ oder „f“ ein.

Aussage	w/f
Jedes Polynom vom Grad vier besitzt vier verschiedene Nullstellen.	
Jedes Polynom vom Grad vier besitzt mindestens eine Nullstelle.	
Jedes Polynom vom Grad fünf besitzt mindestens eine Nullstelle.	
Es gibt Polynome vom Grad vier, die keine Nullstelle besitzen.	
Es gibt Polynome vom Grad fünf, die keine Nullstelle besitzen.	
Es gibt Polynome vom Grad drei, die genau zwei verschiedene Nullstellen besitzen.	
Es gibt Polynome vom Grad vier, die genau zwei verschiedene Nullstellen besitzen.	
Es gibt Polynome vom Grad drei, die genau vier verschiedene Nullstellen besitzen.	
Das Polynom p mit $p(x) = 3x^3 - 5x^2 - 11x - 3$ besitzt die Nullstelle $x = 3$.	
Das Polynom p mit $p(x) = 5x^4 - 27x^3 + 15x^2 - 5$ besitzt die Nullstelle $x = \frac{1}{3}$.	

Weiter auf Seite 2

Aufgabe 2

Gegeben ist das Polynom p mit

$$p(x) = 3x^3 + 8x^2 - 1.$$

Die Nullstellen des Polynoms sollen bestimmt werden.

a) Errate die einzige rationale Nullstelle x_1 . $x_1 =$.

b) Spalte die Nullstelle x_1 ab.

c) Gib alle Nullstellen des Polynoms p an.

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Aufgabe 3

Gegeben ist das Polynom p mit

$$p(x) = x^5 + x^4 - 4x^3 - 4x^2 + x + 1.$$

Die Nullstellen des Polynoms sollen bestimmt werden.

a) Errate die einzige rationale Nullstelle x_1 . $x_1 =$.

b) Spalte die Nullstelle x_1 ab.

c) Zur Bestimmung der restlichen Nullstellen von p genügt es, eine Gleichung vierter Ordnung zu lösen. Gib diese Gleichung an.

Gleichung vierter Ordnung: ,

d) Durch eine geeignete Substitution erhält man aus dieser Gleichung eine quadratische Gleichung. Gib die Substitution an und die quadratische Gleichung.

Substitution: , Quadratische Gleichung: .

e) Gib alle Lösungen der quadratischen Gleichung an: ,

f) Gib alle Nullstellen des Polynoms p an.

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$,
 $x_4 =$, $x_5 =$.

Aufgabe 4

- a) Gegeben ist das Polynom p mit $p(x) = -3x^4 + x^3 - 2x^2 + 5x + 1$. Begründe, warum p mindestens zwei Nullstellen besitzt.

- b) Gegeben ist das Polynom p mit $p(x) = -5x^5 + x^3 - 2x^2 + 5x + 1$. Begründe, warum p mindestens eine Nullstelle besitzt.

- c) Gegeben ist das Polynom p mit $p(x) = 2x^3 - 2x^2 + 5x + 1$.

- c₁) Welche rationalen Zahlen kommen als Nullstellen von p in Frage?

- c₂) Beweise, dass p keine rationalen Nullstellen besitzt.