

Spiegelung

Aufgabe 4

Gegeben sind die Ursprungsgerade $g : \vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ ($t \in \mathbb{R}$) und die Geradenspiegelung an g durch

$$S_g = \begin{bmatrix} \frac{15}{17} & -\frac{8}{17} \\ -\frac{8}{17} & -\frac{15}{17} \end{bmatrix}.$$

- a) Zeichne g in das Koordinatensystem ein. Welche Vektoren werden durch die Spiegelung an g auf sich selbst abgebildet? Überlege geometrisch!
- b) Gegeben ist die Gerade $h : \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ ($t \in \mathbb{R}$). Zeichne h in das Koordinatensystem ein.
- c) Berechne das Skalarprodukt der Richtungsvektoren von g und h . Welchen Winkel schließen die Vektoren ein?
- d) Berechne $S_g \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $S_g \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$. Zeichne $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $S_g(\vec{a})$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $S_g(\vec{b})$ in das Koordinatensystem ein.
Hinweis: Die Ergebnisse haben ganzzahlige Koordinaten.
- e) Berechne für jeden festen Wert von t den gespiegelten Vektor $S_g(\vec{r}(t))$. Zeichne die Bildgerade $\tilde{h} : \vec{v}(t) = S_g(\vec{r}(t))$ ($t \in \mathbb{R}$) in das Koordinatensystem ein. Was beobachtest Du?

