Verschiedene lineare Abbildungen

Aufgabe 1

Vervollständige die nebenstehende Tabelle.

$\alpha =$	$0°$	$90°$	$180°$	$270°$
$\sin(\alpha) =$				
$\cos(\alpha) =$				

Aufgabe 2

Die Matrix einer Drehung mit Winkel α im Gegenuhrzeigersinn um den Ursprung ist durch

$$D_\alpha = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}$$

gegeben, die Matrix der Spiegelung an der Geraden $g : \vec{s}(t) = t \cdot \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}$ $(t \in \mathbb{R})$ durch

$$S_g = \begin{bmatrix} \frac{u_x^2 - u_y^2}{u_x^2 + u_y^2} & 2\frac{u_x u_y}{u_x^2 + u_y^2} \\ 2\frac{u_x u_y}{u_x^2 + u_y^2} & -\frac{u_x^2 - u_y^2}{u_x^2 + u_y^2} \end{bmatrix}$$

Gegeben sind lineare Abbildungen $A_1, \ldots, A_6$ durch ihre Matrizen. Kreuze jeweils an, ob die gegebene Abbildung eine Drehung, eine Geradenspiegelung oder keines von beiden ist.

	Drehung	Geradenspiegelung	Weder Drehung noch Spiegelung
$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$			
$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$			
$A_3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$			
$A_4 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$			
$A_5 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$			
$A_6 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$			

Weiter auf Seite 2

Aufgabe 3

Gegeben sind die lineare Abbildung

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

und die Geraden

$$g : \vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{und} \quad h : \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

a) Berechne $A \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$, $A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $A \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ und $A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

b) Berechne für jedes feste $t \in \mathbb{R}$ den Abbildungswert $A\big(\vec{s}(t)\big)$.

c) Berechne für jedes feste $t \in \mathbb{R}$ den Abbildungswert $A\big(\vec{r}(t)\big)$.

d) Zeichne die Geraden g und h in das Koordinatensystem ein und auch die Menge aller Abbildungswerte $A\big(\vec{s}(t)\big)$ und die Menge aller Abbildungswerte $A\big(\vec{r}(t)\big)$ für $t \in \mathbb{R}$.

e) Was beobachtest Du?