

Berechnung von Eigenwerten und Eigenvektoren

Aufgabe 7

- a) Gegeben ist die lineare Abbildung A mit dem Matrix-Schema

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Berechne das charakteristische Polynom P_A , gib alle Eigenwerte von A an und bestimme zu jedem der Eigenwerte einen Eigenvektor.

- b) Gegeben ist die lineare Abbildung A mit dem Matrix-Schema

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Berechne das charakteristische Polynom P_B . Was kannst Du über Eigenwerte von B aussagen?

Aufgabe 8

- a) Gegeben ist eine Abbildung D mit dem Matrix-Schema

$$D = \begin{bmatrix} a_x & b_x \\ 0 & b_y \end{bmatrix}.$$

Eine Matrix dieser Form heißt **obere Dreiecksmatrix**. Für diese Aufgabe wird $a_x \neq b_y$ vorausgesetzt.

- a₁) Berechne das charakteristische Polynom P_D in Abhängigkeit von a_x, b_x, b_y .

Hinweis: Hier ist es sinnvoll, Klammern nicht auszumultiplizieren. Für die nächste Teilaufgabe kann dann der Satz vom Nullprodukt verwendet werden.

- a₂) Gib die beiden Eigenwerte λ_1, λ_2 von D in Abhängigkeit von a_x, b_x, b_y an.

- b) Gegeben ist die Abbildung A mit dem Matrix-Schema

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -1 \end{bmatrix},$$

die das schwarze Haus auf das orange Haus abbildet. Wir hatten bereits den Eigenwert $\lambda_1 = -\frac{3}{2}$ mit zugehörigem Eigenvektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ bestimmt. Gib den zweiten Eigenwert λ_2 von A an und bestimme einen zugehörigen Eigenvektor.

