

## Determinanten

### Aufgabe 4

In jeder Teilaufgabe ist eine lineare Abbildung  $A$  mit dem angegebenen Matrix-Schema gegeben. Bestimme jeweils die Determinante  $\det(A)$  und gib alle Lösungen der Gleichung  $A(\vec{v}) = \vec{0}$  an.

a)  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 4 \end{bmatrix},$

b)  $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},$

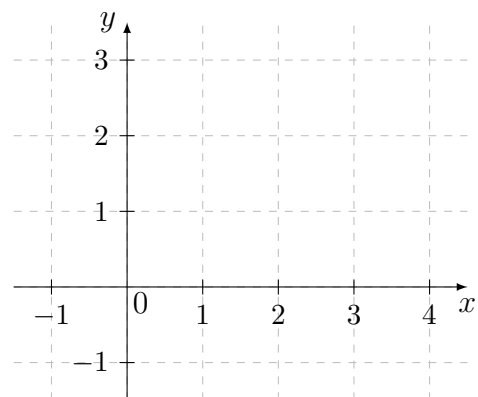
c)  $A = \begin{bmatrix} -2 & 7 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$

Die folgenden beiden Aufgaben behandeln die geometrische Bedeutung der Determinante. Der Wert der Determinante einer linearen Abbildung  $A = \begin{bmatrix} a_x & b_x \\ a_y & b_y \end{bmatrix}$  gibt bis auf Vorzeichen den Flächeninhalt des Parallelogramms an, welches durch die Spaltenvektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$  und  $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix}$  aufgespannt wird (siehe grünes Parallelogramm in der letzten Aufgabe).

### Aufgabe 5

a) Gegeben ist  $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}.$

- a<sub>1</sub>) Berechne die Determinante von  $A$ .
- a<sub>2</sub>) Zeichne die Standard-Pfeile der Spaltenvektoren von  $A$  in das Koordinatensystem ein und das von ihnen aufgespannte Parallelogramm.
- a<sub>3</sub>) Berechne den Flächeninhalt des gezeichneten Parallelogramms mit der aus der Schule bekannten Formel („Seite Mal Höhe“).



b) Nun sei  $B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}.$

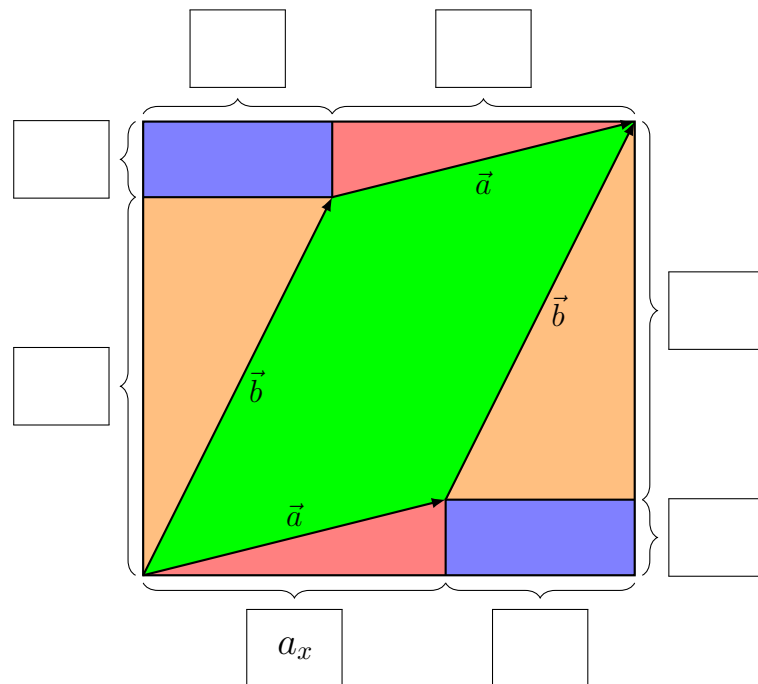
- b<sub>1</sub>) Beschreibe den Unterschied zwischen den Matrizen von  $A$  und von  $B$ .
- b<sub>2</sub>) Berechne die Determinante von  $B$ . Was beobachtest Du?

Weiter auf Seite 2

## Aufgabe 6

Wir betrachten eine allgemeine lineare Abbildung  $A = \begin{bmatrix} a_x & b_x \\ a_y & b_y \end{bmatrix}$  mit den Spaltenvektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$  und  $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix}$ .

a) Trage in der Graphik die fehlenden Werte in die Kästchen ein.



b) Berechne in Abhängigkeit von  $a_x, a_y, b_x, b_y$ :

**b<sub>1</sub>)** Den Flächeninhalt des gesamten großen Rechtecks. Bitte Klammern ausmultiplizieren.

$$F_{\text{Rechteck}} = \boxed{\phantom{a_x a_y}}$$

**b<sub>2</sub>)** Den Flächeninhalt der beiden blauen Rechtecke zusammen.  $F_{\text{blau}} = \boxed{\phantom{a_x a_y}}$

**b<sub>3</sub>)** Den Flächeninhalt der beiden roten Dreiecke zusammen.  $F_{\text{rot}} = \boxed{\phantom{a_x a_y}}$

**b<sub>4</sub>)** Den Flächeninhalt der beiden orangenen Dreiecke zusammen.  $F_{\text{orange}} = \boxed{\phantom{a_x a_y}}$

**b<sub>5</sub>)** Den Flächeninhalt des grünen Parallelogramms, indem du vom Flächeninhalt des großen Rechtecks die Flächeninhalte der eingezeichneten Dreiecke und Rechtecke abziehst.

$$F_{\text{grün}} = \boxed{\phantom{a_x a_y}}$$

c) Vergleiche Dein Ergebnis mit der Formel für die Determinante von  $A$ .