

Lineare Abbildungen und Matrizen

Aufgabe 3

- a) Sei B die lineare Abbildung mit dem Matrix-Schema $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$. Berechne folgende Abbildungswerte.

$$B \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \boxed{}, \quad B \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \boxed{}.$$

- b) Sei C die Abbildung mit $C(\vec{v}) = \begin{pmatrix} 4v_x + v_y \\ 5v_x - 6v_y \end{pmatrix}$ für alle $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$.

- b₁) Begründe, dass C linear ist.

- b₂) Gib zu der linearen Abbildung C das Matrix-Schema an.

$$C = \boxed{\phantom{\begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}}}.$$

Zusatzaufgabe 1

Sei A eine beliebige lineare Abbildung mit dem Matrix-Schema $A = \begin{bmatrix} \vec{a} & \vec{b} \end{bmatrix}$. Zeige eine (oder beide) der folgenden Aussagen.

- (1) Für alle $\vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^2$ gilt $A(\vec{v} + \vec{w}) = A(\vec{v}) + A(\vec{w})$.
- (2) Für alle $\vec{v} \in \mathbb{R}^2$ und alle $\lambda \in \mathbb{R}$ gilt $A(\lambda \cdot \vec{v}) = \lambda \cdot A(\vec{v})$.