

## Widerspruchsbeweise

### Aufgabe 5

Gegeben ist der Satz:  $|x - 4| < 1 \Rightarrow x < 5$ .

- a) Identifiziere Voraussetzung und Behauptung.
- b) Formuliere die Gegenannahme.
- c) Führe den Widerspruchsbeweis durch.
- d) Gib die Kontraposition zum Satz an.
- e) Beschreibe den Unterschied zum Beweis durch Kontraposition.

### Aufgabe 6

Eine Primzahl ist eine natürliche Zahl, die genau zwei verschiedene Teiler hat, nämlich 1 und sich selber.

- a) Beweise durch Widerspruch: Ist  $p \geq 3$  eine Primzahl, dann ist  $p$  ungerade.
- b) Beweise direkt, dass es zu jeder Primzahl  $p \geq 3$  zwei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen gibt, so dass die Primzahl Differenz der Quadrate dieser Zahlen ist.
- c) Beweise durch Widerspruch: Es gibt keine Primzahl, die als Differenz von Quadraten zweier natürlicher Zahlen dargestellt werden kann, die nicht aufeinanderfolgen.