

Fallunterscheidungen

Aufgabe 4

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = |x - 2| - |x + 1|$.

- Unterscheide die Fälle $x < -1$, $-1 \leq x < 2$ und $x \geq 2$ und stelle die Funktion in jedem der Fälle ohne Beträge dar.
- Skizziere den Graphen $y = f(x)$ für $-4 \leq x \leq 4$.

Aufgabe 5

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = |x + 2 - |x - 5||$. Hier steht also ein Betragsterm innerhalb eines Terms mit Betrag.

- Unterscheide zunächst zwei Fälle und gib in jedem der beiden Fälle den Funktionsterm ohne den inneren Betrag an. Die äußeren Betragsstriche bleiben stehen.
- Unterscheide nun weitere Fälle und gib $f(x)$ in jedem der Fälle ohne Betrag an.
- Zeichne den Graphen $y = f(x)$ für $-3 \leq x \leq 10$.
- Bestimme die Lösungsmenge der Ungleichung $|x + 2 - |x - 5|| \leq 3$.

Aufgabe 6

Satz: Jede Primzahl $p \geq 5$ kann in der Form $p = 6k + 1$ oder $p = 6k - 1$ geschrieben werden, wobei k eine passende natürliche Zahl ist.

- Formuliere Voraussetzungen und Behauptung.
- Beweise den Satz mit Hilfe von Fallunterscheidung. Verwende dazu eine Zerlegung der Grundmenge $\{n \in \mathbb{N} : n \geq 5\}$ in die sechs Mengen

$$M_j = \{n \in \mathbb{N} : \text{Beim Teilen von } n \text{ durch } 6 \text{ bleibt Rest } j\} \text{ mit } j = 0, \dots, 5.$$