

Beweis durch Widerspruch

Aufgabe 1

Der folgende Satz besagt, dass zwischen den Zahlen $\frac{1}{n}$, die mit allen natürlichen Zahlen n gebildet werden, und der Zahl 0 kein Platz ist.

Gegeben ist der Satz: *Ist x eine reelle Zahl und gilt $x \leq \frac{1}{n}$ für alle natürlichen Zahlen n , so folgt $x \leq 0$. Beweise diesen Satz durch Widerspruch. Bearbeite dazu die folgenden Teilaufgaben.*

- a) Gib die Gegenannahme an.
- b) Die reelle Zahl $\frac{1}{x}$ habe die Dezimaldarstellung $\frac{1}{x} = a_0, a_1 a_2 \dots$. Das bedeutet, dass a_0 die ganze Zahl vor dem Komma ist und a_1, a_2, \dots die Nachkommastellen bezeichnen. Gilt $a_0 < 0$ oder $a_0 \geq 0$?
- c) Setze $n := a_0 + 2$. Ordne $\frac{1}{x}$, n und 0 der Größe nach.
- d) Vergleiche die Größe von x und $\frac{1}{n}$ und folgere einen Widerspruch.