

Schriftliche Aufgaben

Name:

Aufgabe 6

Wahr oder falsch? Kreuze an!

	wahr	falsch
Die Gleichung $2x \equiv 10 \pmod{3}$ besitzt mindestens eine Lösung $x \in \mathbb{Z}$		
Die Gleichung $2x \equiv 10 \pmod{3}$ besitzt unendlich viele Lösungen $x \in \mathbb{Z}$.		
Die Gleichung $2x \equiv 7 \pmod{4}$ besitzt mindestens eine Lösung $x \in \mathbb{Z}$		
Die Gleichung $2x \equiv 7 \pmod{4}$ besitzt unendlich viele Lösungen $x \in \mathbb{Z}$.		
Aus $x \equiv 3 \pmod{5}$ und $y \equiv 6 \pmod{5}$ folgt $xy \equiv 30 \pmod{5}$.		
Aus $x \equiv 5 \pmod{3}$ folgt $2x \equiv 10 \pmod{6}$.		
Aus $x \equiv 5 \pmod{3}$ folgt $2x \equiv 5 \pmod{6}$		
Aus $x \equiv 5 \pmod{3}$ folgt $2x \equiv 10 \pmod{3}$		
Für jede natürliche Zahl x gilt $x \equiv 0 \pmod{x}$		
Für jede natürliche Zahl x gilt $2x \equiv -x \pmod{x}$		

Aufgabe 7

Gib die Menge L aller Lösungen der Kongruenzgleichung $3 \cdot x \equiv 1 \pmod{11}$ an.
 $L =$.

Aufgabe 8

Mit $Q(x)$ wird die Quersumme der Zahl x bezeichnet. Gegeben ist die Zahl $a = 999\,888\,772$.

a) Berechne die angegebenen Quersummen.

$$Q(a) = \boxed{}, \quad Q(Q(a)) = \boxed{}, \quad Q(Q(Q(a))) = \boxed{}.$$

b) Gib jeweils eine möglichst kleine natürliche Zahl an, so dass die angegebene Kongruenz gilt.

$$a \equiv \boxed{} \pmod{9}, \quad a \equiv \boxed{} \pmod{3}.$$

Weiter auf Seite 2

Aufgabe 9

In dieser Aufgabe kannst Du alle Lösungen der Kongruenzgleichung

$$37 \cdot x \equiv 1 \pmod{7} \quad (*)$$

systematisch bestimmen.

- a) Zunächst sollst Du die Kongruenzgleichung umformen. Das Äquivalenzzeichen bedeutet hier, dass sich die Lösungsmenge nicht ändert. Fülle die Kästchen aus.

$$37 \cdot x \equiv 1 \pmod{7}$$

$$\Leftrightarrow \text{Es gibt ein } k \in \mathbb{Z}, \text{ so dass } 37 \cdot x = 1 + \boxed{}$$

$$\Leftrightarrow \text{Es gibt ein } k \in \mathbb{Z}, \text{ so dass } \boxed{} \cdot x - \boxed{} \cdot k = 1$$

- b) Bestimme mit dem erweiterten euklidischen Algorithmus eine Lösung der diophantischen Gleichung $37x + 7y = 1$.

Schritt 1:

Schritt 2:

$$\text{ggT}(37, 7) = \boxed{}$$

$$\text{Eine Lösung der Gleichung } 37x + 7y = 1: (x \mid y) = \boxed{}.$$

- c) Gib alle Lösungen der diophantischen Gleichung $37x + 7y = 1$ an.

$$(x \mid y) = \boxed{} \text{ mit } l \in \mathbb{Z}.$$

- d) Gib alle Lösungen der diophantischen Gleichung $37x - 7k = 1$ an.

$$(x \mid y) = \boxed{} \text{ mit } l \in \mathbb{Z}.$$

- e) Gib die Lösungsmenge der Gleichung (*) an.

$$L = \boxed{}.$$