

Rechenregeln für Kongruenzen

Aufgabe 4

Beweise die folgenden Aussagen:

- a) Wenn $a \equiv b \pmod{m}$ und $c \equiv d \pmod{m}$, dann $a + c \equiv b + d \pmod{m}$.
- b) Wenn $a \equiv b \pmod{m}$, dann $-a \equiv -b \pmod{m}$.
- c) Wenn $a \equiv b \pmod{m}$ und $b \equiv c \pmod{m}$, dann $a \equiv c \pmod{m}$.

Hinweise: Zum Beweis von Teil a) kannst Du den Beweis von a_3), der an der Tafel steht, entsprechend anpassen.

Zum Beweis einer Kongruenz $a \equiv b \pmod{m}$ genügt es, eine der folgenden drei äquivalenten Bedingungen nachzuweisen.

- (1) $a - b$ ist durch m teilbar bzw. $a - b = km$ für ein $k \in \mathbb{Z}$
- (2) Es gibt ein $k \in \mathbb{Z}$, so dass $a = b + km$
- (3) a und b lassen beim Teilen durch m den selben Rest.