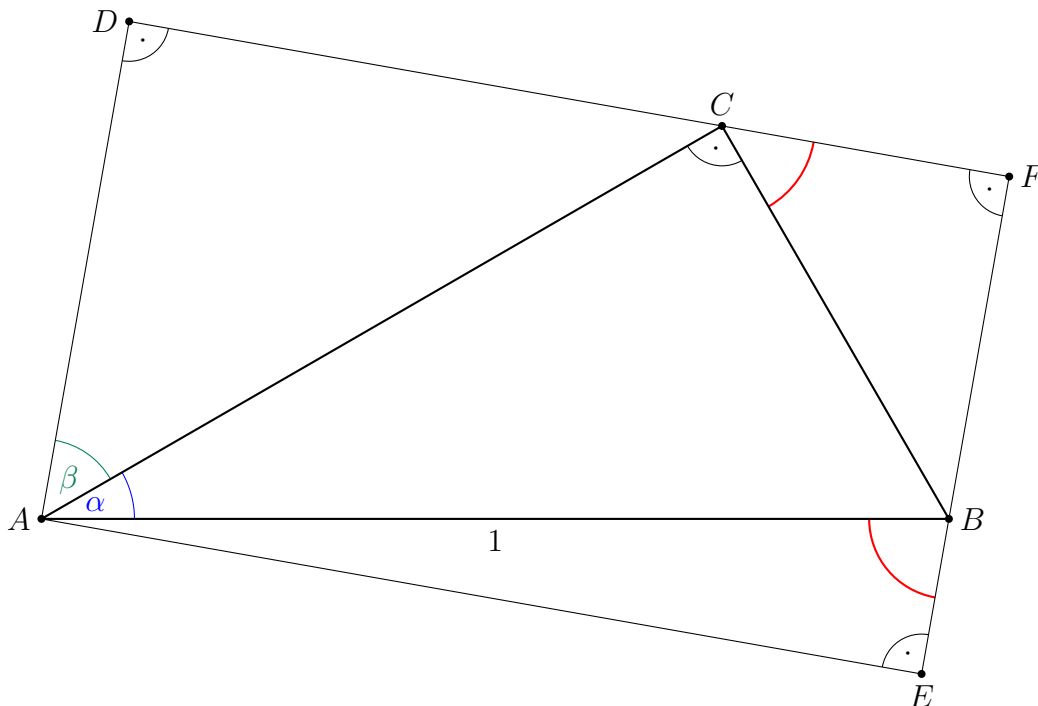


## Die Additionstheoreme

### Aufgabe 3

Gegeben sind zwei Winkel  $\alpha, \beta$  mit  $0 < \alpha + \beta < 90^\circ$ . Das Ziel dieser Aufgabe ist, die Werte von  $\sin(\alpha + \beta)$  und  $\cos(\alpha + \beta)$  geometrisch aus den Werten von  $\sin(\alpha)$ ,  $\cos(\alpha)$ ,  $\sin(\beta)$  und  $\cos(\beta)$  zu bestimmen. Hierzu wird zunächst ein rechtwinkliges Dreieck  $ABC$  mit Hypotenusenlänge 1 und dem gegebenen Winkel  $\alpha$  beim Punkt  $A$  gezeichnet. Beachte, dass der Winkel beim Punkt  $B$  im Allgemeinen nicht mit dem gegebenen Winkel  $\beta$  übereinstimmt. Zu diesem Dreieck wird wie in der Zeichnung dargestellt ein Rechteck konstruiert, so dass die Seite  $AD$  mit der Dreiecksseite  $AC$  den gegebenen Winkel  $\beta$  einschließt und die Dreieckspunkte  $B, C$  auf den Rechteckseiten liegen.



- Wie berechnet sich der Winkel bei  $B$  im Dreieck  $ABC$  aus dem Winkel  $\alpha$ ?
- Gib die Größen der beiden rot eingezeichneten Winkel in Abhängigkeit von  $\alpha, \beta$  an und schreibe die Ergebnisse in die Zeichnung.
- Schreibe an jede der Strecken die Länge als Funktion von  $\alpha, \beta$ .

Da die gegenüberliegenden Seiten des Rechtecks  $AEFD$  gleich lang sind, folgt

$$\sin(\alpha + \beta) =$$

$$\cos(\alpha + \beta) =$$