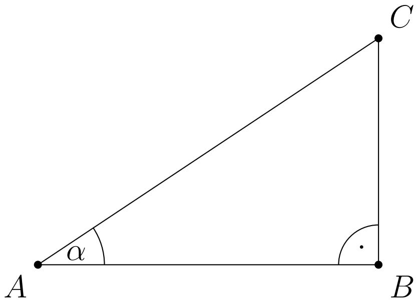
Sinus und Cosinus am Einheitskreis

Aufgabe 1

Ergänze die Formeln:
In einem rechtwinkligen Dreieck mit $\alpha \neq 90°$ gilt



$\sin(\alpha) \quad = \quad$ ____________________

$\cos(\alpha) \quad = \quad$ ____________________

Für $0 < \alpha < 90°$ gilt: $\boxed{\big(\sin(\alpha)\big)^2 + \big(\cos(\alpha)\big)^2 =}$

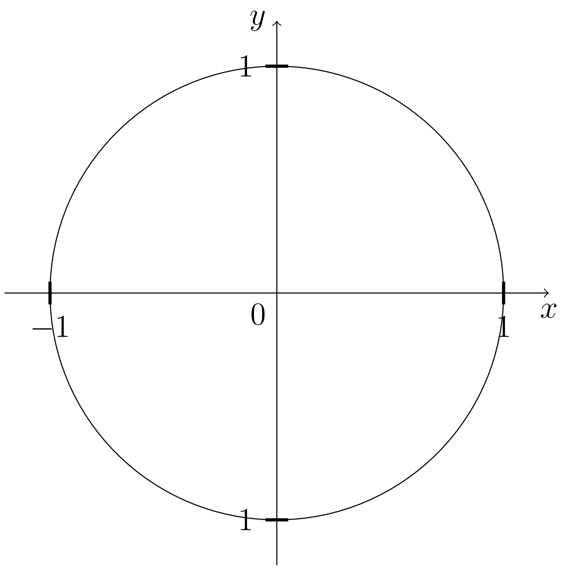
Aufgabe 2

Es sei g_α die Halbgerade, die durch Drehung der positiven x-Achse um $(0 \mid 0)$ mit dem Winkel α im Gegenuhrzeigersinn entsteht. Weiter sei P_α der Schnittpunkt von g_α mit dem Einheitskreis. Skizziere jeweils die Halbgerade g_α zu dem angegebenen Winkel und den Schnittpunkt P_α mit dem Einheitskreis. Gib die Koordinaten des Schnittpunkts an. Verwende dazu die Werte aus der nebenstehenden Tabelle und Symmetrieargumente.

α	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
$\sin(\alpha)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(\alpha)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

a)

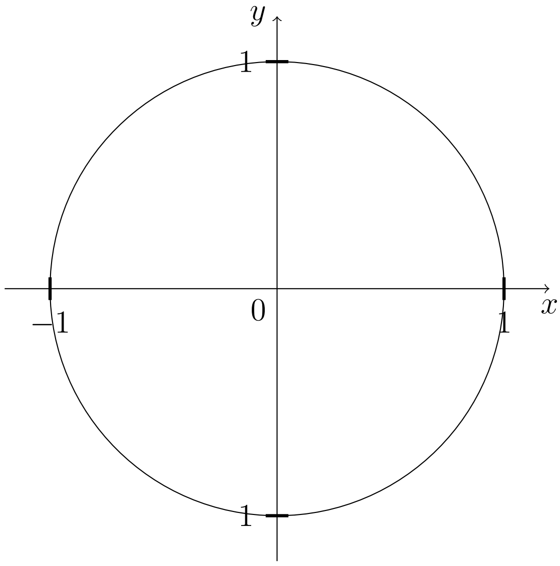
α	x-Koordinate des Schnittpunkts P_α	y-Koordinate des Schnittpunkts P_α
$30°$		
$150°$		
$210°$		
$330°$		



Bitte wenden

b)

α	x-Koordinate des Schnittpunkts P_α	y-Koordinate des Schnittpunkts P_α
$0°$		
$45°$		
$90°$		
$135°$		
$180°$		
$225°$		
$270°$		
$315°$		



Zusatzaufgabe 1

Die Additionstheoreme für Sinus und Cosinus lauten

$$\begin{aligned} \sin(\alpha+\beta) &= \sin(\alpha)\,\cos(\beta)+\cos(\alpha)\,\sin(\beta) \\ \cos(\alpha+\beta) &= \cos(\alpha)\,\cos(\beta)-\sin(\alpha)\,\sin(\beta) \end{aligned}$$

a) Stelle $\cos(2\alpha)$ allein durch $\big(\sin(\alpha)\big)^2$ dar und löse die Formel nach $\big(\sin(\alpha)\big)^2$ auf.

Tipp: Verwende die Beziehung $\big(\sin(\alpha)\big)^2+\big(\cos(\alpha)\big)^2=1$, um $\big(\cos(\alpha)\big)^2$ zu ersetzen.

b) Stelle $\cos(2\alpha)$ allein durch $\big(\cos(\alpha)\big)^2$ dar und löse die Formel nach $\big(\cos(\alpha)\big)^2$ auf.

c) Berechne die exakten Werte für $\sin(15°)$, $\cos(15°)$, $\sin(7{,}5°)$, $\cos(7{,}5°)$ und trage sie in die Tabelle ein.

α	$30°$	$15°$	$7{,}5°$
$\sin(\alpha)$			
$\cos(\alpha)$			