

Arbeitsblatt 1: Eine neue Gleichung

Aufgabe 1

Gegeben ist die Gleichung

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1. \quad (*)$$

Wir betrachten die Menge k aller Punkte $P(x | y)$, deren Koordinaten diese Gleichung erfüllen.

- Was unterscheidet diese Gleichung von einer Ellipsengleichung?
- Bestimme die x -Koordinate aller Punkte aus k , für die $y = 0$ gilt. Zeichne die Punkte ins Koordinatensystem ein.
- Bestimme die x -Koordinate aller Punkte, für die $y = \frac{9}{4}$ oder $y = -\frac{9}{4}$ gilt. Zeichne die Punkte ins Koordinatensystem ein.
- Gibt es Punkte in k mit der x -Koordinate $x = 0$?
- In welchen Intervallen muss x liegen, damit die Gleichung (*) mindestens eine Lösung y besitzt?
- Wenn ein Punkt $P(x | y)$ in k liegt, dann liegt auch der Punkt $P(-x | y)$ in k . Welche Symmetrie der Menge k wird dadurch beschrieben?
- Wenn ein Punkt $P(x | y)$ in k liegt, dann liegt auch der Punkt $P(x | -y)$ in k . Welche Symmetrie der Menge k wird dadurch beschrieben?
- Die Gleichung (*) kann umgeformt werden zu

$$\frac{y^2}{x^2} = \frac{9}{16} - \frac{9}{x^2} \quad \text{bzw.} \quad \frac{y}{x} = \pm \sqrt{\frac{9}{16} - \frac{9}{x^2}}.$$

Für große Werte von x^2 gilt dann $\frac{y}{x} \approx \pm \frac{3}{4}$. Zeichne die beiden Geraden $g_1 : y = \frac{3}{4}x$ und $y = -\frac{3}{4}x$ ins Koordinatensystem ein.

- Skizziere die Menge k . Beachte hierbei, dass alle Punkte von k mit positiven x -Werten unterhalb von g_1 und oberhalb von g_2 liegen. Benütze die Symmetrieeigenschaften aus f) und g).

