Schriftliche Aufgaben

Name:

Aufgabe 5

Welche der folgenden Aussagen ist wahr? Trage „w“ oder „f“ ein.

Aussage	w/f
Für jede positive Zahl $a > 0$ gilt $\sqrt{a^2} > 0$.	
Für jede negative Zahl $a < 0$ gilt $\sqrt{a^2} < 0$.	
Die im Heron-Verfahren definierte Folge (x_n) ist monoton wachsend.	
Die im Heron-Verfahren definierte Folge (x_n) ist monoton fallend.	
Durch das Heron-Verfahren kann die Quadratwurzel jeder positiven Zahl beliebig genau berechnet werden.	
Sind a, b, c reelle Zahlen und gilt $a \geq b + c^2$, so folgt $a \geq c^2$.	
Sind a, b, c reelle Zahlen und gilt $a \geq b + c^2$, so folgt $a \geq b$.	
Die Folge (a_n) mit $a_n = \dfrac{1}{n}$ ist monoton wachsend.	
Die Folge (a_n) mit $a_n = \dfrac{1}{n}$ ist monoton fallend.	
Die Folge (a_n) mit $a_n = 1$ ist monoton wachsend.	
Die Folge (a_n) mit $a_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$ ist monoton wachsend.	
Die Folge (a_n) mit $a_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$ ist monoton fallend.	

Weiter auf Seite 2

Aufgabe 6

Gegeben ist die Zahl $A = 26$.

a) Gib die Rekursionsformel für das Heron-Verfahren an, um $\sqrt{26}$ näherungsweise zu berechnen.

$$x_0 = \boxed{}, \quad x_{n+1} = \boxed{}.$$

b) Führe das Heron-Verfahren durch und trage Deine Ergebnisse in die Tabelle ein. Trage jeweils nur so viele Nachkommastellen ein, dass man den Unterschied von $\frac{26}{x_n}$ und x_n erkennen kann.

	$\frac{26}{x_n}$	$<$	$\sqrt{26}$	$<$	x_n
$n = 0$	1	$<$	$\sqrt{26}$	$<$	26
$n = 1$		$<$	$\sqrt{26}$	$<$	
$n = 2$		$<$	$\sqrt{26}$	$<$	
$n = 3$		$<$	$\sqrt{26}$	$<$	
$n = 4$		$<$	$\sqrt{26}$	$<$	
$n = 5$		$<$	$\sqrt{26}$	$<$	

Aufgabe 7

Berechne die ersten drei Nachkommastellen von $\sqrt{5}$. Trage die fehlenden Zahlen ein, in Kästchen der selben Farbe kommt die selbe Zahl, in die schwarzen Kästchen gehören verschiedene Zahlen.

$$\sqrt{5} = \sqrt{5{,}000000\ldots} = \boxed{}, \boxed{}\,\boxed{}\,\boxed{}\ldots$$

$$\begin{array}{l}
-4 \\
\hline
\quad 100 : 4\boxed{} = \boxed{}, \ldots \\
\quad -84 \\
\hline
\qquad 1600 : 44\boxed{} = \boxed{}, \ldots \\
\quad -1329 \\
\hline
\qquad\quad 27100 : 446\boxed{} = \boxed{}, \ldots \\
\quad - \boxed{} \\
\hline
\qquad \boxed{}
\end{array}$$

Weiter auf Seite 3

Aufgabe 8

Sei $A > 0$ gegeben. Mit $x = \sqrt[3]{A}$ bezeichnet man die eindeutige Lösung der Gleichung $x^3 = A$.

Das Heron-Verfahren so abgeändert werden, dass man die dritte Wurzel einer gegebenen Zahl näherungsweise berechnen kann. Dazu wird die Folge (x_n) durch die rekursive Formel

$$x_0 = A, \quad x_{n+1} := \frac{1}{3}\Big(2x_n + \frac{A}{x_n^2}\Big) \text{ für } n = 0, 1, 2, \ldots$$

definiert. Man kann beweisen, dass sich die Zahlen x_n beliebig nahe an $\sqrt[3]{A}$ annähern.

Sei nun $A = 10$. Dann ist die Folge (x_n) durch

$$x_0 = 10, \quad x_{n+1} = \frac{1}{3}\Big(2x_n + \frac{10}{x_n^2}\Big)$$

gegeben. Berechne $x_1, x_2, \ldots$ und trage Deine Ergebnisse in die Tabelle ein. Trage jeweils nur so viele Nachkommastellen ein, dass man den Unterschied von $\frac{10}{x_n^2}$ und x_n erkennen kann.

	$\frac{10}{x_n^2}$	$<$	$\sqrt[3]{10}$	$<$	x_n
$n = 0$	0,1	$<$	$\sqrt[3]{10}$	$<$	10
$n = 1$		$<$	$\sqrt[3]{10}$	$<$	
$n = 2$		$<$	$\sqrt[3]{10}$	$<$	
$n = 3$		$<$	$\sqrt[3]{10}$	$<$	
$n = 4$		$<$	$\sqrt[3]{10}$	$<$	
$n = 5$		$<$	$\sqrt[3]{10}$	$<$	
$n = 6$		$<$	$\sqrt[3]{10}$	$<$	
$n = 7$		$<$	$\sqrt[3]{10}$	$<$	

Hinweis: Es empfiehlt sich, die Zahlen mit Hilfe einer Excel- oder Libreoffice- oder Gnumeric-Worksheet zu berechnen.