

Monotone beschränkte Folgen

Aufgabe 7

Untersuche, ob die angegebene Folge monoton wachsend oder fallend ist, ob sie nach unten oder nach oben beschränkt ist, und ob sie konvergent ist. Trage ein: „J“ für Ja, „N“ für Nein.

Definition von (a_n)	monoton wachsend	monoton fallend	nach oben beschränkt	nach unten beschränkt	konvergent
$a_n = 1 + \frac{(-1)^n}{n}$					
$a_n = -3$					
$a_n = \frac{n^2}{n^2 + 3}$					
$a_n = 1 + 2 + \dots + n$					
$a_n = -\frac{1}{n}$					
$a_n = 5 - \sqrt{n}$					

Aufgabe 8

Gegeben ist die Folge (a_n) mit $a_n = 1 - \frac{2}{10} - \frac{2}{100} - \frac{2}{1000} - \dots - \frac{2}{10^n}$

a) Berechne a_1, a_2, a_3 .

$$a_1 = \boxed{}, \quad a_2 = \boxed{}, \quad a_3 = \boxed{}.$$

b) Gib eine obere Schranke M für (a_n) an, d.h. eine Zahl M , so dass $a_n \leq M$ für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt.

$$M = \boxed{}$$

c) Gib eine untere Schranke M für (a_n) an, d.h. eine Zahl M , so dass $a_n \geq M$ für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt.

$$M = \boxed{}$$

d) Berechne die Differenz $a_{n+1} - a_n$.

$$a_{n+1} - a_n = \boxed{}$$

e) Trage ein: „J“ für Ja, „N“ für Nein.

(a_n) ist monoton wachsend	(a_n) ist monoton fallend

f) Begründe, warum (a_n) konvergent ist.