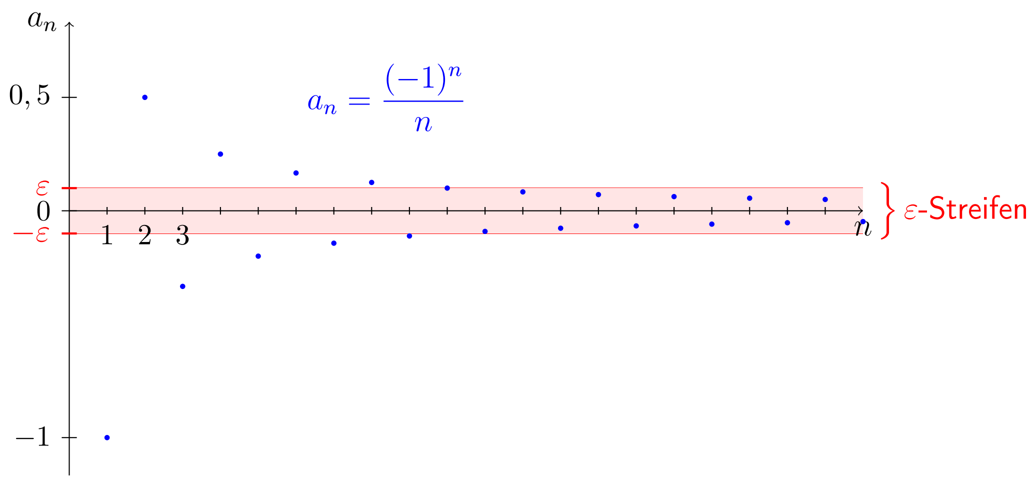
Nullfolgen und Intervallschachtelung



Anschaulich: Eine Folge (a_n) ist eine Nullfolge, wenn es zu jedem noch so schmalen ε-Streifen eine Zahl N gibt, so dass für alle $n > N$ die Folgenglieder im ε-Streifen liegen.

Aufgabe 1

Welche der angegebenen Folgen bildet eine Nullfolge? Trage „J“ für Ja, „N“ für Nein ein.

Definition (a_n)	Ist (a_n) eine Nullfolge?
$a_n = \frac{1}{n^2}$	
$a_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$	
$a_n = \frac{n+1}{n}$	
$a_n = \frac{1}{2^n}$	
$a_n = \frac{1}{n - 100{,}5}$	
$a_n = \frac{1\,000}{\sqrt{n}}$	
$a_n = \frac{1}{\sqrt[1000]{n}}$	
$a_n = n$	
$a_n = 0{,}001$	

Weiter auf Seite 2

Aufgabe 2

Welche der angegebenen Eigenschaften sind erfüllt? Trage „J“ für Ja, „N“ für Nein ein:

Def. (a_n)	Def. (b_n)	(a_n) ist monoton wachsend	(b_n) ist monoton fallend	$(b_n - a_n)$ ist eine Nullfolge	$I_n = [a_n, b_n]$ ist Intervall-schachtelung
$a_n = -\frac{1}{\sqrt{n}}$	$b_n = \frac{1}{n^5}$				
$a_n = 4$	$b_n = 4,00001$				
$a_n = -2$	$b_n = 2 + \frac{n^2+n}{n^3}$				
$a_n = \frac{n-1}{n}$	$b_n = \frac{n^2+n}{n^2}$				

Zur Konvergenz einer Folge:

Veranschaulichung der Folge (a_n) mit $a_n = 1 + \frac{(-1)^n}{n}$: