Schriftliche Aufgaben

Name:

Aufgabe 8

Welche der folgenden Aussagen ist wahr? Trage „w" oder „f" ein.

Aussage	w/f
Für jede Intervallschachtelung gilt: Es gibt genau eine reelle Zahl x, die in allen Intervallen enthalten ist.	
Für jede Intervallschachtelung gilt: Es gibt genau eine rationale Zahl x, die in allen Intervallen enthalten ist.	
Zu jeder rationalen Zahl x gibt es eine Intervallschachtelung, so dass x in allen Intervallen enthalten ist.	
Sind x_1, x_2 zwei verschiedene rationale Zahlen, und ist $\lvert x_1 - x_2 \rvert$ genügend klein, dann gibt es eine Intervallschachtelung, so dass x_1 und x_2 in allen Intervallen enthalten sind.	
$[\sqrt{2}; \sqrt{3}]$ ist ein Intervall.	
$[\sqrt{3}; \sqrt{2}]$ ist ein Intervall.	
Die Folge (a_n) mit $a_n = \frac{1}{2^n}$ ist eine Nullfolge.	
Ist (a_n) eine Nullfolge, so ist auch die Folge $(3a_n)$ eine Nullfolge.	
Ist (a_n) eine Nullfolge, so ist auch die Folge $(3 - a_n)$ eine Nullfolge.	
Sei $I_n = [-\frac{1}{n}, 1 + \frac{1}{n}]$. Dann gilt $I_{n+1} \subseteq I_n$ für $n \in \mathbb{N}$.	
Sei $I_n = [-\frac{1}{n}, 1 + \frac{1}{n}]$. Dann bilden die Intervalle I_n eine Intervallschachtelung.	

Aufgabe 9

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^5 + 3x^3 - 1$ für $x \in \mathbb{R}$. Gesucht ist die Nullstelle, die im Intervall $[0; 0{,}8]$ liegt.

a) Bestimme $f(0)$ und $f(0{,}8)$ (auf eine Nachkommastelle gerundet):

$f(0) = \boxed{}$, $f(0{,}8) \approx \boxed{}$.

b) Führe das Intervallhalbierungsverfahren mit dem Startintervall $[0; 0{,}8]$ durch. Runde $f(m_n)$ auf die erste Nachkommastelle, die ungleich Null ist.

$n =$	1	2	3	4	5	6
$a_n =$	0					
$b_n =$	0,8					
$m_n =$	0,4					
$f(m_n) \approx$						

Aufgabe 10

Die Folge (a_n) ist gegeben durch $a_n = \dfrac{1\,000}{5+n^2}$. Behauptung: (a_n) ist eine Nullfolge. Dies soll hier bewiesen werden.

a) Gib ein N an, so dass $|a_n| < 0{,}1$ für $n > N$ gilt: $N =$ $\boxed{}$

b) Gib ein N an, so dass $|a_n| < 0{,}001$ für $n > N$ gilt: $N =$ $\boxed{}$

c) Es sei ein beliebiges $\varepsilon > 0$ fest vorgegeben. Bestimme eine Formel, so dass $|a_n| < \varepsilon$ für $n > N$ gilt: $N \geq$ $\boxed{}$

Aufgabe 11

Überprüfe, ob die Definition einer Intervallschachtelung erfüllt ist. Trage „w“ oder „f“ ein.

Def. (a_n)	Def. (b_n)	(a_n) ist monoton wachsend	(b_n) ist monoton fallend	$(b_n - a_n)$ ist Nullfolge	$I_n = [a_n, b_n]$ ist Intervallschachtelung
$a_n = 1 + \frac{1}{n}$	$b_n = 1 + \frac{2}{n}$				
$a_n = -1 - \frac{1}{n}$	$b_n = 1 + \frac{1}{n}$				
$a_n = 100 - \frac{1}{n^2}$	$b_n = 100 + \frac{1}{2^n}$				
$a_n = 5 - \frac{1}{n^2+n}$	$b_n = 5$				
$a_n = (-1)^n - \frac{1}{n}$	$b_n = (-1)^n + \frac{1}{n}$				