Intervallschachtelung

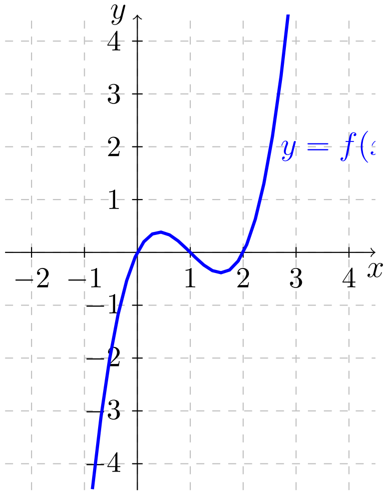
Man kann eine Intervallschachtelung auch auf andere Art und Weise konstruieren: Wir teilen das Intervall, in dem das gesuchte x liegt, in 10 Teilintervalle und wählen dasjenige aus, in dem x liegt. Dabei müssen wir in jedem Schritt mehr rechnen als in der ersten Aufgabe. Aber wir gewinnen in jedem Schritt eine Nachkommastelle, und dadurch ist das Verfahren übersichtlicher. Dies ergibt dann eine Intervallschachtelung für x.

Beispiel:

Gegeben: $f(x) = x(x-1)(x-2)$
Gesucht: Für welches x_0 gilt $f(x_0) = 1$?

Wertetabelle:

x	−1	0	1	2	3	−0,5	2,5
$f(x)$	−6	0	0	0	6	−1,9	1,9



Nun soll x_0 bis auf drei Nachkommastellen berechnet werden:

Schritt 1: $f(2) = 0, \; f(3) = 6$ $\Rightarrow a_1 = 2 < x_0 < 3 = b_1$

Schritt 2:

x	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4
$f(x)$	0	0,231	0,528	0,897	1,344

$\Rightarrow a_2 = 2{,}3 < x_0 < 2{,}4 = b_2$

Schritt 3:

x	2,30	2,31	2,32	2,33
$f(x)$	0,897	0,938	0,98	1,023

$\Rightarrow a_3 = 2{,}32 < x_0 < 2{,}33 = b_3$

Schritt 4:

x	2,320	2,321	2,322	2,323	2,324	2,325
$f(x)$	0,98	0,984	0,988	0,993	0,997	1,001

$\Rightarrow a_4 = 2{,}324 < x_0 < 2{,}325 = b_4$

Aufgabe: Siehe Rückseite

Aufgabe 7

Bestimme $\sqrt[4]{3}$ bis auf drei Nachkommastellen genau. Dazu sei $f(x) = x^4$. Gesucht ist die Stelle x_0 mit $f(x_0) = 3$. Gehe wie auf der vorigen Seite beschrieben vor.

Schritt 1:

$f(1) = \boxed{}$ $f(2) = \boxed{}$ $\Rightarrow a_1 = \boxed{} < x_0 < \boxed{} = b_1$

Schritt 2:

x										
$f(x)$										

$\Rightarrow a_2 = \boxed{} < x_0 < \boxed{} = b_2$

Schritt 3:

x										
$f(x)$										

$\Rightarrow a_3 = \boxed{} < x_0 < \boxed{} = b_3$

Schritt 4:

x										
$f(x)$										

$\Rightarrow a_4 = \boxed{} < x_0 < \boxed{} = b_4$