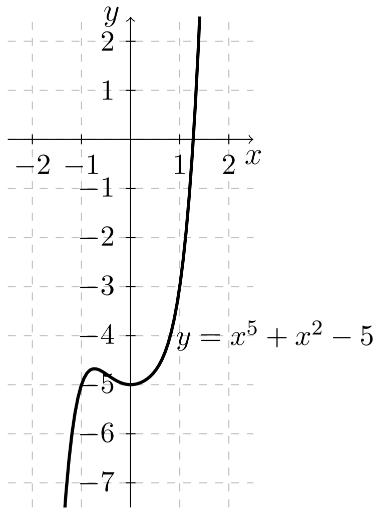
Intervallhalbierungsverfahren

Aufgabe 2

Die Nullstelle des Polynoms p mit $p(x) = x^5 + x^2 - 5$ soll bestimmt werden. Leider gibt es für solche Polynome keine allgemein gültigen Lösungsformeln, so wie z.B. für quadratische Polynome. An der Skizze des Graphen rechts sieht man, dass p eine Nullstelle im Intervall $[a_1; b_1] := [1; 2]$ besitzt (Das Intervall $[1; 2]$ besteht aus allen Zahlen x mit $1 \leq x \leq 2$). Diese Nullstelle soll nun näherungsweise berechnet werden. Dazu wird das Intervallhalbierungsverfahren mit dem Startintervall $[a_1; b_1]$ benützt. Trage die Zahlen, die Du in den Teilaufgaben erhältst, in die Tabelle ein (auf drei Nachkommastellen gerundet).



a) Rechne nach, dass $p(a_1) < 0$ und $p(b_1) > 0$ gilt. Da die Funktion keine Sprünge macht, muss im Intervall $[a_1; b_1]$ mindestens eine Nullstelle x_0 mit $p(x_0) = 0$ enthalten sein.

$p(a_1) = \boxed{}$ $p(b_1) = \boxed{}$

b) Sei $m_1 := \dfrac{a_1 + b_1}{2} = 1,5$. Berechne $p(m_1)$. $p(m_1) = \boxed{}$

In welchem der Intervalle $[a_1; m_1]$ oder $[m_1; b_1]$ liegt die Nullstelle?

Antwort: Im Intervall $\left[\boxed{}\,;\boxed{}\right] = [a_2; b_2]$

Hierdurch werden a_2 und b_2 definiert. Trage a_2, b_2 unten in die Tabelle ein.

c) Sei $m_2 := \dfrac{a_2 + b_2}{2}$. Berechne $p(m_2)$ und trage m_2 und $p(m_2)$ unten in die Tabelle ein.

In welchem der Intervalle $[a_2; m_2]$ oder $[m_2; b_2]$ liegt die Nullstelle?

Antwort: Im Intervall $\left[\boxed{}\,;\boxed{}\right] = [a_3; b_3]$

Trage a_3, b_3 unten in die Tabelle ein.

d) Fahre entsprechend fort und berechne $a_4, b_4, \ldots$ (drei Nachkommastellen).

$n =$	1	2	3	4	5	6	7	8
$a_n =$								
$b_n =$								
$m_n =$								
$p(m_n) =$								