

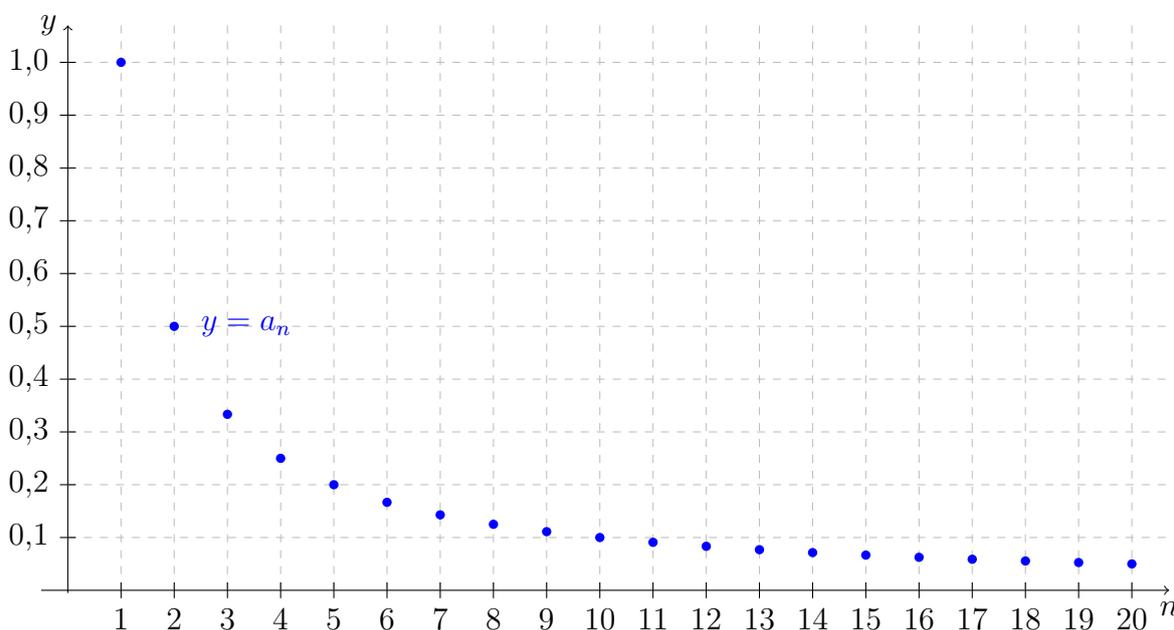
## Annäherung an Null

### Aufgabe 5

Gegeben ist die Folge  $(a_n)$  mit  $a_n = \frac{1}{n}$  für  $n \in \mathbb{N}$ . Die Werte von  $a_n$  kommen der Zahl Null beliebig nahe. Dies wollen wir mathematisch beschreiben bzw. nachrechnen. Offensichtlich gilt  $a_n > 0$ .

- a) Zeichne in der Graphik den  $\varepsilon$ -Streifen für  $\varepsilon = \frac{1}{10}$  ein und ermittle zeichnerisch, ab welchem  $n$  alle  $a_n$  im  $\varepsilon$ -Streifen liegen.

*Hinweis:* Der  $\varepsilon$ -Streifen soll die Bedingung  $|a_n - 0| < \varepsilon$  bzw.  $-\varepsilon < a_n < \varepsilon$  veranschaulichen. Da wir bereits wissen, dass  $a_n > 0$  gilt, können wir uns beim Zeichnen auf die Bedingung  $0 < a_n < \varepsilon = \frac{1}{10}$  beschränken.



- b) Ermittle rechnerisch, wie groß  $n$  sein muss, damit  $0 < a_n < \frac{1}{2000}$  gilt.
- c) Sei nun eine beliebig kleine Zahl  $\varepsilon > 0$  gegeben. Ermittle rechnerisch eine Zahl  $N$  in Abhängigkeit von  $\varepsilon$ , so dass

$$0 < a_n < \varepsilon \quad \text{für } n > N$$

gilt.  $N$  muss hierbei keine ganze Zahl sein.