



## Vortragsübung zur Vorlesung Höhere Mathematik II SS 2006

### Aufgabe 1

Zeigen Sie, daß die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\arcsin x^2}{x} \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

im Punkt  $x = 0$  stetig ist, dort aber weder eine linksseitige noch eine rechtsseitige Ableitung besitzt.

### Aufgabe 2

Finden Sie die Ableitungen  $f_1'(x)$  und  $f_2'(x)$  der Funktionen  $f_1$  und  $f_2$ , die implizit durch das Gleichungssystem

$$\begin{cases} f_1^3(x) - f_2^3(x) + 3x = 2 \\ f_1^2(x) + f_2^2(x) + 2x = 1 \end{cases}$$

gegeben sind.

### Aufgabe 3

Beweisen Sie folgende Ungleichungen:

$$\begin{aligned} \text{a) } & |\sin x - \sin y| \leq |x - y| \\ \text{b) } & \frac{a-b}{a} < \ln \frac{a}{b} < \frac{a-b}{b}, \text{ falls } 0 < b < a. \end{aligned}$$

### Aufgabe 4

Der Querschnitt eines Kanals habe die Form eines gleichschenkligen Trapezes. Gegeben seien  $S$  - der Flächeninhalt des Querschnittes des Wassers im Kanal und  $h$  - die Höhe des Wasserstandes. Für welche Form des Trapezes wird die "nasse Umfangslänge" (der vom Wasser benetzte Teil der Kanalwände und -grundfläche) des Querschnittes minimal?