



Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik III

Aufgabe 1

(2P) Berechnen Sie die Residuen folgender Funktionen in allen ihren Polstellen:

$$f(z) = \frac{e^{-z^2}}{(z-2)(z^2-4)}, \quad f(z) = \frac{\cosh z}{1+z^4}.$$

Aufgabe 2

(2P) Es sei $\gamma(r, a) := \{z, |z - a| = r\}$. Berechnen Sie folgende Integrale

$$\oint_{\gamma(8,0)} \frac{dz}{1+e^z}, \quad \oint_{\Gamma} \frac{e^{iz} dz}{z^6+1},$$

wobei Γ aus dem Halbkreis $\{z, |z| = 2, \operatorname{Im} z > 0\}$ und dem Intervall $-2 \leq x \leq 2, y = 0$ besteht.

Aufgabe 3

(2P) Betrachten Sie das Integral

$$\oint_{\gamma(1,0)} \frac{z dz}{2z^4 + 5z^2 + 2},$$

und beweisen Sie damit, dass

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1+8\cos^2\theta} = \frac{2\pi}{3}.$$

Aufgabe 4

(2P) Berechnen Sie folgende Integrale:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x^2+x+1} dx, \quad \int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2+a^2} dx \quad a > 0.$$