Name:

Gottwald, Künzer, Ritter — Wintersemester 2018/19

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Test 3

Bearbeitungszeit: 60 Minuten.
Erlaubte Hilfsmittel: 4 eigenhändig handgeschriebene Seiten DIN A4.
Bewertung: Zu bearbeiten sind die **Aufgaben 1–4**. Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.

Aufgabe 1 (1 Punkt) Sei $f : \mathbf{R}_{>0} \to \mathbf{R},\ x \mapsto f(x) = 225 \cdot 0{,}65^{x-1}$.
Berechnen Sie die Elastizität von f.

$$\mathrm{E}_f : \mathbf{R}_{>0} \to \mathbf{R},\ x \mapsto \mathrm{E}_f(x) = \boxed{\ln(0{,}65) \cdot x}$$

Aufgabe 2 (2 Punkte) Berechnen Sie das Taylorpolynom $t(x)$ um $x_0 := -\frac{3\pi}{2}$ in 2-ter Ordnung von

$$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R},\ x \mapsto f(x) = \sin\left(\frac{x}{3}\right).$$

Taylorpolynom: $t(x) = \boxed{-1 + \frac{1}{18}\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)^2}$

Aufgabe 3 (2 Punkte) Sei $A := \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

(1) Berechnen Sie die Hauptminoren von A.

$\mathrm{M}_1(A) = \boxed{2}$ $\mathrm{M}_2(A) = \boxed{4}$

$\mathrm{M}_3(A) = \boxed{12}$ $\mathrm{M}_4(A) = \boxed{32}$

(2) Untersuchen Sie A auf Definitheit.

Tragen Sie in **jeden** Kasten **„ja“** oder **„nein“** ein.

Ist A positiv definit? ja Ist A negativ definit? nein

Bitte wenden →

Aufgabe 4 (5 Punkte) Sei

$$f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R},\ (x,y,z) \mapsto f(x,y,z) = x^3 + 6xyz$$

und

$$g : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R},\ (x,y,z) \mapsto g(x,y,z) = zy + y - 2z + 6$$

(1) Berechnen Sie

$$\nabla_f(x,y,z) = \boxed{\begin{pmatrix} 3x^2 + 6yz \\ 6xz \\ 6xy \end{pmatrix}} \qquad \nabla_g(x,y,z) = \boxed{\begin{pmatrix} 0 \\ z+1 \\ y-2 \end{pmatrix}}$$

(2) Bestimmen Sie $\rho_1 \in \mathbf{R}$ mit $\nabla_f(2,-2,1) = \rho_1 \nabla_g(2,-2,1)$.

$$\rho_1 = \boxed{6}$$

(3) Sei $F : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$, $(x,y,z) \mapsto F(x,y,z) := f(x,y,z) - \rho_1 g(x,y,z)$. Berechnen Sie

$$\mathrm{H}_F(2,-2,1) = \boxed{\begin{pmatrix} 12 & 6 & -12 \\ 6 & 0 & 6 \\ -12 & 6 & 0 \end{pmatrix}}$$

(4) Sei $N(2,-2,1) \in \mathbf{R}^{3\times 1}$ die Matrix mit der Spalte $\nabla_g(2,-2,1)$. Sei U eine Matrix, deren Spalten eine Basis von $\{u \in \mathbf{R}^{3\times 1} : N(2,-2,1)^{\mathrm{t}}\, u = 0\}$ bilden. Berechnen Sie

$$U = \boxed{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}} \qquad U^{\mathrm{t}}\, \mathrm{H}_F(2,-2,1) U = \boxed{\begin{pmatrix} 12 & 0 \\ 0 & 24 \end{pmatrix}}$$

(5) Welche der folgenden Charakterisierungen treffen auf die Stelle $(2,-2,1)$ unter der Nebenbedingung $g = 0$ zu?

Tragen Sie an $\boxed{\textbf{jeder}}$ Stelle der folgenden Tabelle **„ja“** oder **„nein“** ein.

	Flachstelle	lokale Minimalstelle	lokale Maximalstelle	Sattelpunkt
$(2,-2,1)$	ja	ja	nein	nein