

Name:

Gottwald, Künzer, Ritter

Wintersemester 2018/19

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Test 3

Bearbeitungszeit: 60 Minuten.

Erlaubte Hilfsmittel: 4 eigenhändig handgeschriebene Seiten DIN A4.

Bewertung: Zu bearbeiten sind die **Aufgaben 1–4**. Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.

Aufgabe 1 (1 Punkt) Sei $f : \mathbf{R}_{>0} \rightarrow \mathbf{R}$, $x \mapsto f(x) = 195 \cdot 0,85^{x-1}$.

Berechnen Sie die Elastizität von f .

$$E_f : \mathbf{R}_{>0} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto E_f(x) =$$

$$\ln(0,85) \cdot x$$

Aufgabe 2 (2 Punkte) Berechnen Sie das Taylorpolynom $t(x)$ um $x_0 := \frac{3\pi}{2}$ in 2-ter Ordnung von

$$f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto f(x) = \sin\left(\frac{x}{3}\right).$$

Taylorpolynom: $t(x) =$

$$1 - \frac{1}{18} \left(x - \frac{3\pi}{2}\right)^2$$

Aufgabe 3 (2 Punkte) Sei $A := \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$.

(1) Berechnen Sie die Hauptminoren von A .

$$M_1(A) =$$

$$-2$$

$$M_2(A) =$$

$$7$$

$$M_3(A) =$$

$$-14$$

$$M_4(A) =$$

$$14$$

(2) Untersuchen Sie A auf Definitheit.

Tragen Sie in **jeden** Kasten „ja“ oder „nein“ ein.

Ist A positiv definit?

nein

Ist A negativ definit?

ja

Bitte wenden →

Aufgabe 4 (5 Punkte) Sei

$$f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto f(x, y, z) = x^3 - 3xyz$$

und

$$g : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto g(x, y, z) = z + y - yz + 3$$

(1) Berechnen Sie

$$\nabla_f(x, y, z) = \begin{pmatrix} 3x^2 - 3yz \\ -3xz \\ -3xy \end{pmatrix} \quad \nabla_g(x, y, z) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 - z \\ 1 - y \end{pmatrix}$$

(2) Bestimmen Sie $\rho_1 \in \mathbf{R}$ mit $\nabla_f(-1, -1, -1) = \rho_1 \nabla_g(-1, -1, -1)$.

$$\rho_1 = -\frac{3}{2}$$

(3) Sei $F : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto F(x, y, z) := f(x, y, z) - \rho_1 g(x, y, z)$. Berechnen Sie

$$\mathbf{H}_F(-1, -1, -1) = \begin{pmatrix} -6 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 3/2 \\ 3 & 3/2 & 0 \end{pmatrix}$$

(4) Sei $N(-1, -1, -1) \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ die Matrix mit der Spalte $\nabla_g(-1, -1, -1)$. Sei U eine Matrix, deren Spalten eine Basis von $\{u \in \mathbf{R}^{3 \times 1} : N(-1, -1, -1)^t u = 0\}$ bilden. Berechnen Sie

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad U^t \mathbf{H}_F(-1, -1, -1) U = \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$$

(5) Welche der folgenden Charakterisierungen treffen auf die Stelle $(-1, -1, -1)$ unter der Nebenbedingung $g = 0$ zu?

Tragen Sie an **jeder** Stelle der folgenden Tabelle „**ja**“ oder „**nein**“ ein.

	Flachstelle	lokale Minimalstelle	lokale Maximalstelle	Sattelpunkt
$(-1, -1, -1)$	ja	nein	ja	nein